

ОТВЕТЫ

ПЕРВООБРАЗНАЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

ОТВЕТЫ

Тренажер

C. 7, № 1		C. 7, № 2		C. 7, № 3	
1	$(\sin x)' = \cos x$	1	$d(-\cos x) = \sin x dx$	1	$\cos x dx$
2	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	2	$d\sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$	2	$2\cos 2x dx$
3	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	3	$d\operatorname{ctg} x = -\frac{dx}{\sin^2 x}$	3	$\frac{1}{2}\cos \frac{x}{2} dx$
4	$\left[\ln \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right]' = \frac{1}{\cos x}$	4	$d \ln x = \frac{1}{x} dx$	4	$\frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} dx$
5	$(-\ln \cos x)' = \operatorname{tg} x$	5	$d \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{dx}{\sin x}$	5	$-\frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx$

Тренажер

C. 7, № 4		C. 11, № 1		C. 11, № 2		C. 13, № 1		C. 13, № 2	
1	$2x \cos x^2 dx$	1	$k \frac{x^2}{2} + px + C$	1	$\frac{x^4}{4} + C$	1	$\cos x + C$	1	x
2	$-\sin(x+1) dx$	2	$3 \frac{x^2}{2} + 2x + C$	2	$\ln x + C$	2	$d\sqrt{x}$	2	$\cos x$
3	$-\frac{2dx}{x^3 \cos^2 \frac{1}{x^2}}$	3	$x^2 + 3x + C$	3	$\operatorname{tg} x + C$	3	$\ln \sin x + C$	3	$-\operatorname{ctg} x$
4	$\frac{dx}{2\sqrt{x}(1+x)}$	4	$x^2 - \frac{x}{3} + C$	4	$\operatorname{arctg} x + C$	4	$d \operatorname{tg} x$	4	$\ln \sin x $
5	$\frac{dx}{x^2 \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}$	5	$-\frac{x^2}{4} - 3x + C$	5	$\sin x + C$	5	$(x^2 - x + 1) + C$	5	$\frac{1}{x}$

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ

ПЕРВООБРАЗНАЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Серия

C. 9, № 1

1 $2x \rightarrow x^2$

$$2x \rightarrow x^2$$

C. 15, № 2

1 $\frac{2(p)}{\left[1+(p)^2\right]^2}$

2 $\frac{2(x+k)}{\left[1+(x+k)^2\right]^2}$

3 $\frac{2(x-kp)}{\left[1+(x-kp)^2\right]^2}$

4 $\frac{2(x+\ln p)}{\left[1+(x+\ln p)^2\right]^2}$

5 $\frac{2(x-e^{p-k})}{\left[1+(x-e^{p-k})^2\right]^2}$

C. 15, № 3

1 $\operatorname{tg} t + C$

2 $\operatorname{arctg}(s+3) + C$

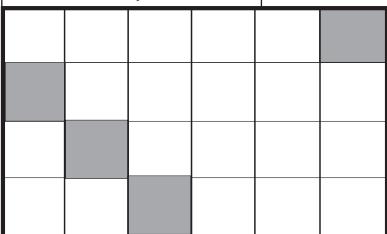
3 $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + C$

4 $\ln|\vartheta + \sin 3\pi| + C$

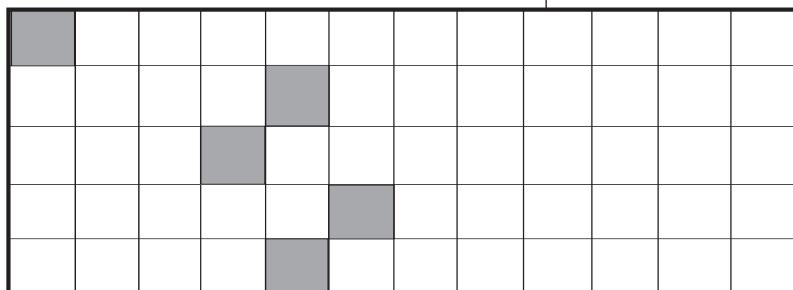
5 $\operatorname{arctg}(\omega - \log_2 \sqrt{5}) + C$

Тест

C. 13, № 3



C. 15, № 1



**Задачи
на доказательство**

C. 7, № 4

$$d \frac{a^x}{\ln a} = \left(\frac{a^x}{\ln a} \right)' dx = \frac{1}{\ln a} \cdot (a^x)' dx = \frac{1}{\ln a} \cdot a^x \cdot \ln a dx = a^x dx$$

ОТВЕТЫ

ПЕРВООБРАЗНАЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

ОТВЕТЫ

Задачи на доказательство

C. 7, № 4

$$d \frac{a^x}{\ln a} = \left(\frac{a^x}{\ln a} \right)' dx = \frac{1}{\ln a} \cdot (a^x)' dx = \frac{1}{\ln a} \cdot a^x \cdot \ln a dx = a^x dx$$

C. 7. № 5

$$\begin{aligned} d \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} &= d(\ln \sqrt{x-1} - \ln \sqrt{x+1}) = (\ln \sqrt{x-1} - \ln \sqrt{x+1})' dx = \\ &= \frac{1}{\sqrt{x-1}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{x+1-x+1}{x^2-1} = \frac{1}{x^2-1} \end{aligned}$$

C. 11, № 3

1-й способ: $\int \left(\frac{x}{k} - \frac{1}{p} \right) dx = \int \left[\frac{1}{k} \cdot x + \left(-\frac{1}{p} \right) \right] dx = \frac{1}{k} \cdot \frac{x^2}{2} + \left(-\frac{1}{p} \right) \cdot x = \frac{x^2}{2k} - \frac{x}{p} + C$

2-й способ: $\left(\frac{x^2}{2k} - \frac{x}{p} + C \right)' = \left(\frac{x^2}{2k} \right)' + \left(-\frac{x}{p} \right)' + (C)' = \frac{1}{2k} \cdot 2x - \frac{1}{p} + 0 = \frac{x}{k} - \frac{1}{p}$

C. 11, № 4

$$x > 0 : |x| = x \Rightarrow (\ln x + C)' = (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$x < 0 : |x| = -x \Rightarrow [\ln(-x) + C]' = [\ln(-x)]' = \frac{-1}{(-x)} = \frac{1}{x}$$

C. 11, № 5

$$\left(\frac{1}{1+x^2} + C \right)' = \left(\frac{1}{1+x^2} \right)' + (C)' = -\frac{1}{(1+x^2)^2} \cdot 2x = \frac{2x}{(1+x^2)^2}$$

C. 13, № 4

$$F'(x) = f(x) \Rightarrow \int f(x) dx - \int dF(x) = [F(x) + C_1] - [F(x) + C_2] = C_1 - C_2 = C$$

ОТВЕТЫ

ПЕРВООБРАЗНАЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

ОТВЕТЫ

Задачи к информационной схеме

1 $\int \frac{10}{3}x^2\sqrt[3]{x}dx = x^3\sqrt[3]{x} + C$	2 $\int \left(-\frac{1}{x^5}\right)dx = \frac{1}{4x^4} + C$
3 $\int \left(\pi - \frac{x}{\sqrt{3}}\right)dx = \pi x - \frac{x^2}{2\sqrt{3}} + C$	

Самостоятельная работа 1

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1 $\cos x + C$	1 $-\sin x + C$	1 $\frac{\sin^3 x}{3} + C$
2 $2x + \frac{x^2}{2} + C$	2 $\operatorname{tg}(x+2) + C$	2 $3\sqrt[3]{(x-1)} + C$
3 $\operatorname{arctg} t + C$	3 $\operatorname{arctg} \sqrt{t} + C$	3 $-\frac{1}{\cos 2x} + C$
4 $\sin 2x + C$	4 $\sin(5x-\alpha) + C$	4 $1 + C$
5 $-\ln \left \cos \frac{x}{2} \right + C$	5 $-\ln \left \cos \left(m + \frac{\pi}{4} \right) \right + C$	5 $\frac{2}{3} \operatorname{tg} x \sqrt{\operatorname{tg} x} + C$
6 $\ln(1+s^2) + C$	6 $\frac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1} + C$	6 $\frac{(\operatorname{tg} s+3)^2}{2} + C$
7 $2x^2 + C$	7 $\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{2} \right) + C$	7 $\frac{(n^2-1)^2}{2} + C$

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ

ЛИНЕЙНОСТЬ ОПЕРАЦИИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Тренажер

C. 21, № 4		C. 24, № 1		C. 24, № 2		C. 25, № 6	
1	$\frac{x^2}{2} + C$	1	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	1	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C$	1	$\frac{2}{3}(x+1)\sqrt{x+1} + C$
2	$x^5 + C$	2	$\frac{\sqrt[n]{x}}{n x}$	2	$\frac{n x \sqrt[n]{x}}{n+1} + C$	2	$\frac{4}{5}(x+1)^4 \sqrt[4]{x+1} + C$
3	$\frac{x^6}{24} + C$	3	$-\frac{1}{n x \sqrt[n]{x}}$	3	$\frac{1}{\sqrt[n]{x}} \cdot x \cdot \frac{n}{1-n} + C$	3	$\frac{5}{7}(x+1) \sqrt[5]{(x+1)^2} + C$
4	$-\frac{5}{3x^3} + C$	4	$\frac{k \sqrt[n]{x^k}}{n x}$	4	$\frac{n x \sqrt[n]{x^k}}{n+k} + C$	4	$\frac{5}{8}(x-\sqrt{2}) \sqrt[5]{(x-\sqrt{2})^3} + C$
5	$\frac{1}{x^5} + C$	5	$-\frac{k}{n x \sqrt[n]{x^k}}$	5	$-\frac{k \sqrt[n]{x^{n-k}}}{n-k} + C$	5	$\frac{4}{9}(x-1)^2(x-1)^{\frac{1}{4}} + C$

Тренажер

C. 26, № 1		C. 26, № 2		C. 27, № 4	
1	$\frac{x^3}{3} + x^2 + 2x + C$	1	$\frac{(x+1)^3}{3} + x + C$	1	$\frac{x^6}{6} + \frac{5}{4} \sqrt[5]{x^4} - \frac{x^2}{10} + C$
2	$\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + x + C$	2	$\frac{(x-1)^3}{3} - \frac{x^2}{2} + C$	2	$x - \frac{2}{3}x \sqrt{x} + \frac{x^2}{2} + C$
3	$\frac{x^4}{4} + x^3 + \frac{5x^2}{2} + x + C$	3	$\frac{(x+1)^4}{4} + x^2 + C$	3	$\frac{x}{3} + \frac{9}{2} \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + C$
4	$\frac{x^4}{4} - x^3 + \frac{3x^2}{2} + 2x + C$	4	$\frac{(x+1)^4}{4} - \frac{x^2}{2} + x + C$	4	$6\sqrt[3]{x} - \frac{3x}{2} + \frac{4}{5}x \sqrt{x^3} + C$
5	$\frac{x^4}{4} + x^3 + 2x^2 + x + C$	5	$\frac{(x+1)^4}{4} + \frac{x^2}{2} + C$	5	$-\frac{4}{\sqrt{x}} + x^2 \sqrt{x} + C$

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ

**ЛИНЕЙНОСТЬ
ОПЕРАЦИИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ**

Тренажер

C. 29, № 4		C. 29, № 5		C. 31, № 1		C. 31, № 2	
1	$\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$	1	$\frac{4}{5}x\sqrt[4]{x} - 2x + C$	1	$1 + \frac{1}{x+1}$	1	$-\frac{1}{(x+1)^2}$
2	$x + \frac{2x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + C$	2	$\frac{4}{5}x\sqrt[4]{x} + \sqrt{2}x + C$	2	$1 - \frac{1}{x}$	2	$\frac{1}{x^2}$
3	$-\frac{1}{x} - 2\ln x + x + C$	3	$\frac{4}{5}x\sqrt[4]{x} + x + C$	3	$1 - \frac{3}{x+2}$	3	$\frac{3}{(x+2)^2}$
4	$\frac{x^2}{2} + 2x + \ln x + C$	4	$\frac{4}{5}x\sqrt[4]{x} - x + C$	4	$-1 + \frac{2}{x+1}$	4	$-\frac{2}{(x+1)^2}$
5	$\frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + C$	5	$\frac{4}{5}x\sqrt[4]{x} + C$	5	$-1 - \frac{4}{x-2}$	5	$\frac{4}{(x-2)^2}$

Тренажер

C. 31, № 3		C. 35, № 4		C. 35, № 5	
1	$x + \ln x+1 + C$	1	$-\frac{1}{3} \left[\int \frac{dx}{x-1} - \int \frac{dx}{x+2} \right]$	1	$\frac{1}{3} \ln \left \frac{x-1}{x+2} \right + C$
2	$x - \ln x + C$	2	$-\frac{2}{3} \int \frac{dx}{x-1} + \frac{2}{3} \int \frac{dx}{x+\frac{1}{2}}$	2	$\frac{2}{3} \ln \left \frac{2(1-x)}{2x+1} \right + C$
3	$x - 3\ln x+2 + C$	3	$\frac{1}{2} \left[\int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{x-2} \right]$	3	$-\frac{1}{2} \ln \left \frac{x-2}{x} \right + C$
4	$-x + 2\ln x+1 + C$	4	$\int \frac{dx}{x-\frac{1}{2}} - \int \frac{dx}{x+\frac{1}{2}}$	4	$\ln \left \frac{2x-1}{2x+1} \right + C$
5	$-x - 4\ln x-2 + C$	5	$-\int \frac{dx}{x} + \int \frac{dx}{x-\frac{1}{2}}$	5	$\ln \left \frac{2x-1}{2x} \right + C$

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ

**ЛИНЕЙНОСТЬ
ОПЕРАЦИИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ**

Матрица		C. 22, № 2	
x^2	3	$\frac{1}{3}x^3$	$\frac{x^3}{3}$
x^{-2}	-1	$\frac{1}{-1}x^{-1}$	$-\frac{1}{x}$
$x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$	$\frac{2}{3}x\sqrt{x}$
$x^{-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{1}x^{\frac{1}{2}}$	$2\sqrt{x}$
$x^{-\frac{4}{3}}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{3}{1}x^{-\frac{1}{3}}$	$-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}$

Серия	
C. 21, № 5	C. 23, № 6
1 $\frac{2(x+1)^3}{3} + C$	1 $x + C$
2 $-\frac{\cos(x+1)}{2} + C$	2 $\frac{x^2}{2} + C$
3 $\frac{1}{4} \ln \left x - \frac{1}{2} \right + C$	3 $6 \ln x + C$
4 $-\sqrt{e} \ln \cos(x-1) + C$	4 $\frac{1}{4} \ln x + C$
5 $\frac{2}{\pi} \operatorname{tg}(x - \sqrt{\pi}) + C$	5 $\frac{4(x+2)^5}{5} + C$

Серия	
C. 25, № 7	C. 27, № 5
1 $\frac{4x\sqrt{x}}{3} + C$	1 $\frac{2^x}{\ln 2} + e^x + C$
2 $\frac{2\sqrt{2}x\sqrt{x}}{3} + C$	2 $\frac{x^2}{2} - \sin(x-2) + C$
3 $\frac{2^4\sqrt{2}x\sqrt{x}}{3} + C$	3 $\frac{e^{2+x}}{2} + \frac{x}{e^2} + C$
4 $\frac{4^4\sqrt{2}x^4\sqrt{x}}{5} + C$	4 $\operatorname{tg}(x-2) + \operatorname{ctg}(x+2) + C$
5 $\frac{4x^4\sqrt{x^3}}{7\sqrt[4]{2}} + C$	5 $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}+x\right) + \ln \cos(x-1) - \operatorname{ctg}(x-2) + C$
C. 31, № 4	
1 $2x + 3 \ln x-2 + C$	
2 $\frac{x}{2} + \frac{3}{4} \ln \left x + \frac{1}{2} \right + C$	
3 $\frac{3}{2}x + \frac{5}{6} \ln \left x - \frac{3}{2} \right + C$	
4 $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \ln \left x - \frac{1}{2} \right + C$	
5 $-\frac{2}{3}x + \frac{5}{9} \ln \left x - \frac{2}{3} \right + C$	

ОТВЕТЫ

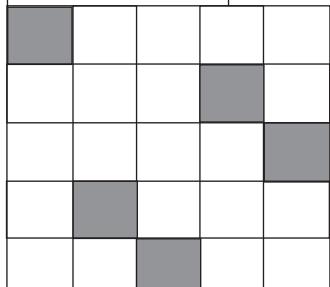
ОТВЕТЫ

**ЛИНЕЙНОСТЬ
ОПЕРАЦИИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ**

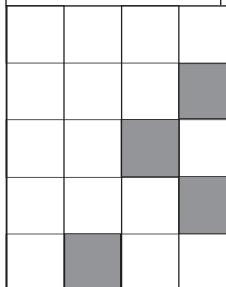
Серия

C. 33, № 2	C. 35, № 3	C. 37, № 2
1 $\ln x^2 - 3x + 2 + C$	1 $\frac{1}{3(x-1)} - \frac{1}{3(x+2)}$	1 $\frac{1}{3} \ln \left \frac{x-2}{x+1} \right + C$
2 $\ln \left \frac{x+2}{x+3} \right + C$	2 $\frac{2}{3(1-x)} + \frac{2}{3\left(x+\frac{1}{2}\right)}$	2 $\frac{2}{3} \ln \left \frac{x-2}{x+1} \right + C$
3 $\ln(x^2 + 3x + 2)^2 + C$	3 $-\frac{1}{2x} + \frac{1}{2(x-2)}$	3 $\frac{1}{3} \ln(x+1)^2 (x-2)^4 + C$
4 $\ln \frac{ x-3 ^3}{(x-2)^2} + C$	4 $\frac{1}{x-\frac{1}{2}} - \frac{1}{x+\frac{1}{2}}$	4 $\frac{1}{3} \ln(x-1)^2 (x+2)^4 + C$
5 $\ln 6x^2 + 5x + 1 + C$	5 $-\frac{1}{x} + \frac{2}{2x-1}$	5 $-\frac{1}{4} \ln \left \frac{x-2}{(x+2)^3} \right + C$

C. 33. №1



C. 35. №1



Тем

**Задачи
на доказательство**

C. 21, № 1

$$\frac{1}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{x \pm p}} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x \pm p)}{\sqrt{x \pm p}} = \frac{1}{2} \cdot 2 \sqrt{x \pm p} + C = \sqrt{x \pm p} + C$$

C. 21, № 2

$$\int \left(x + \frac{p}{A} \right) dx = \int \left(x + \frac{p}{A} \right) d \left(x + \frac{p}{A} \right) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{p}{A} \right)^2 + C = \frac{(Ax+p)^2}{2A^2} + C$$

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ

ЛИНЕЙНОСТЬ ОПЕРАЦИИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Задачи на доказательство

C. 21, № 3

$$\int \frac{1}{Bx} dAx = \int \frac{A}{Bx} dx = \frac{A}{B} \cdot \int \frac{dx}{x} = \frac{A}{B} \cdot \ln|x| + C = \frac{A \ln|x|}{B} + C$$

C. 22, № 1

$$\int \sqrt[n]{x^m} \sqrt[m]{x} dx = \int x^{\frac{1}{n}} x^{\frac{1}{m}} dx = \int x^{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} dx = \int x^{\frac{m+n}{n \cdot m}} dx = \frac{x^{\frac{m+n}{n \cdot m} + 1}}{\frac{m+n}{n \cdot m} + 1} + C = \frac{x^{\frac{n+m}{n \cdot m}}}{\frac{n+m}{n \cdot m} + 1} + C$$

C. 22. № 3

$$\int \frac{dx}{\sqrt[k]{(x \pm p)^n}} = \int (x \pm p)^{-\frac{n}{k}} d(x \pm p) = \frac{(x \pm p)^{-\frac{n}{k} + 1}}{-\frac{n}{k} + 1} + C = \frac{k}{k-n} \cdot \frac{x \pm p}{\sqrt[k]{(x \pm p)^n}} + C$$

C. 23, № 4

$$\int \sqrt[n]{nx} dx = n^{\frac{1}{n}} \int x^{\frac{1}{n}} dx = n^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{n}{1+n} \cdot x^{\frac{1}{n} + 1} = \frac{n^{\frac{1+n}{n}} x^{\frac{1+n}{n}}}{1+n} + C = \frac{\sqrt[n]{n^{1+n} x^{1+n}}}{1+n} + C$$

C. 23, № 6

$$\int \frac{\sqrt[n]{A^{n-1}x}}{\sqrt[m]{B^{m-1}x}} dx = \frac{\sqrt[n]{A^{n-1}}}{\sqrt[m]{B^{m-1}}} \int \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[m]{x}} dx = \frac{A^{\frac{n-1}{n}}}{B^{\frac{m-1}{m}}} \int x^{\frac{1}{n} - \frac{1}{m}} dx = \frac{A^{\frac{m}{n}} \sqrt[B]{x}}{B^{\frac{n}{m}} \sqrt[A]{x}} + C$$

C. 23, № 6

$$\int x^{\sqrt[n]{x}} dx = \int \sqrt[n]{x^{n+1}} dx = \int x^{\frac{n+1}{n}} dx = \frac{x^{\frac{n+1}{n} + 1}}{\frac{n+1}{n} + 1} + C = \frac{nx^{\frac{n}{n+1}}}{2n+1} + C = \frac{nx^2 \sqrt[n]{x}}{2n+1} + C$$

C. 24, № 3

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{(1-n)x^{n-1}} \right]' + \int \frac{n}{x^{n+1}} dx = \frac{1}{(1-n)} \left[\frac{1}{x^{n-1}} \right]' + n \int \frac{dx}{x^{n+1}} \\ & = \frac{1-n}{(1-n)} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x^{n-1}} + \frac{n}{[1-(n+1)]} \cdot x \cdot \frac{1}{x^{n+1}} + C = \frac{1}{x^n} - \frac{1}{x^n} + C = C \end{aligned}$$

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ

ЛИНЕЙНОСТЬ ОПЕРАЦИИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Задачи на доказательство

C. 25, № 5

$$\int x^{\frac{n}{n+p}} dx = \int \sqrt[n]{x^{n+p}} dx = \frac{n}{(n+p)+n} \cdot x \cdot \sqrt[n]{x^{n+p}} + C = \frac{n \sqrt[n]{x^{2n+p}}}{2n+p} + C$$

C. 25, № 6

$$\int x^k \sqrt[n]{x^p} dx = \int \sqrt[n]{x^{k+n+p}} dx = \frac{n}{(kn+p)+1} \cdot x \cdot \sqrt[n]{x^{k+n+p}} + C = \frac{n \cdot x^{k+1} \sqrt[n]{x^p}}{2n+p+1} + C$$

C. 26, № 3

$$\left(e^x + \frac{a^x}{\ln a} + C \right)' = (e^x)' + \frac{1}{\ln a} (a^x)' = e^x + \frac{1}{\ln a} \cdot \ln a \cdot a^x = e^x + a^x$$

C. 28, № 1

$$\int \left(x + \frac{1}{x} \right) \left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2} \right) dx = \int \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{2}{x^2} + C$$

C. 28, № 2

$$\begin{aligned} \int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^3 dx &= \int \left(x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) dx = \\ &= \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} - 2x\sqrt{x} + 6\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C = 2\sqrt{x} \left(\frac{1}{5}x^3 - x^2 + 3x + 1 \right) + C \end{aligned}$$

C. 28, № 3

$$\begin{aligned} \int (x - \sqrt{x} + x\sqrt{x}) (x\sqrt{x} - \sqrt{x} - x) dx &= \int \left[(x\sqrt{x} - \sqrt{x})^2 - x^2 \right] dx = \\ &= \int (x^3 - 2x^2 + x - x^2) dx = \frac{x^4}{4} - x^3 + \frac{x^2}{2} + C \end{aligned}$$

C. 32, № 1

$$\frac{1}{k} \cdot \underbrace{\frac{1}{x + \frac{p}{k}}}_{\text{простейшая дробь}}$$

C. 32, № 2

$$\int \frac{dx}{kx+p} = \frac{1}{k} \cdot \int \frac{d\left(x + \frac{p}{k}\right)}{x + \frac{p}{k}} = \frac{1}{k} \ln \left| x + \frac{p}{k} \right| + C$$

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ

ЛИНЕЙНОСТЬ ОПЕРАЦИИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Задачи к информационной схеме

1 $-\frac{1}{\cos(x+\sqrt{2})} + C$	2 $\ln \left x + \frac{2}{\ln 2} \right + C$
3 $\frac{e^x}{4} - 2e \cdot \ln 2 \cdot x + x^2 \ln 2 + C$	

Самостоятельная работа 2

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1 $-\frac{\cos 3x}{9} + C$	1 $-4 \cos\left(\frac{x}{4} + 1\right) + C$	1 $-\frac{\ln \cos\left(\frac{3x}{\ln 3} + \frac{\ln 3}{3}\right) }{\ln 3} + C$
2 $\frac{1}{2x^2} + C$	2 $\frac{(\sqrt{x}-1)^3}{3} - \sqrt{x} + C$	2 $\frac{x^2}{2} - \frac{4}{3}x\sqrt{x} + 2x + C$
3 $\sqrt{\cos x} + C$	3 $x\sqrt{x} + \frac{4}{3}\sqrt{x} + C$	3 $\sin 3x + C$
4 $\pi x - \ln \pi x + C$	4 $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + \sqrt{x} + C$	4 $\frac{2}{3}\ln x\sqrt{\ln x} + C$
5 $-\ln\left \frac{x-1}{x+2}\right + C$	5 $\ln\left \frac{x-3}{x-2}\right + C$	5 $\frac{1}{2}\ln\left \frac{x}{x+2}\right + C$
6 $\frac{\ln x-3 + 3\ln x+1 }{2} + C$	6 $\frac{2\ln x-1 - 5\ln x-4 }{9} + C$	6 $\ln\frac{(x-1)^2}{ x+1 } + C$
7 $-\ln \cos 2x + 2x^2 + 4x + C$	7 $-2\cos x - 3\sin x + C$	7 $2\ln \sin 2e^x + C$

ОТВЕТЫ

**ПАРАМЕТРЫ
ПОДЫНТЕГРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ**

ОТВЕТЫ

Тренажер

C. 42, № 1		C. 42, № 2	
1	$y = 1 \cdot \frac{1}{2 \cdot x + 0} + 0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 \cdot x + 0} + 0$	1	$y = 2 \cdot \cos(3 \cdot x + 1) + 0$
2	$y = 1 \cdot \frac{1}{2 \cdot x + 0} + 3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 \cdot x + 0} + 3$	2	$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\cos(-3 \cdot x + 1)} + 0$
3	$y = 3 \cdot \frac{1}{1 \cdot x + 0} + 2 = 1 \cdot \frac{1}{\frac{1}{3} \cdot x + 0} + 2$	3	$y = \frac{1}{2} \cdot \cos(3 \cdot x - 0) + \frac{1}{2}$
4	$y = 3 \cdot \frac{1}{1 \cdot x + 0} + 2 = 1 \cdot \frac{1}{\frac{1}{3} \cdot x + 0} + 2$	4	$y = 1 \cdot \cos(1 \cdot x + 2) - \frac{1}{3}$
5	$y = 2 \cdot \frac{1}{3 \cdot x + 2} + 1 = 1 \cdot \frac{1}{\frac{3}{2} \cdot x + 1} + 2$	5	$y = 1 \cdot \cos(2 \cdot x - 6) + 0$

Тренажер

C. 42, № 3		C. 51, № 1		C. 51, № 2	
1	$y = \sqrt{7} \cdot \sqrt{1 \cdot x + 0} + 0 = 1 \cdot \sqrt{7 \cdot x + 0} + 0$	1	$2x$	1	$-2 \ln \cos x + C$
2	$y = 1 \cdot \sqrt{7 \cdot x + 7} + 0 = \sqrt{7} \cdot \sqrt{1 \cdot x + 1} + 0$	2	$3x$	2	$\frac{\ln \sin 2x }{2} + C$
3	$y = 7 \cdot \frac{1}{\sqrt{7 \cdot x + 0}} + 0 = \sqrt{7} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 \cdot x + 0}} + 0$	3	$\frac{x}{4}$	3	$-\ln \sin 2x + C$
4	$y = \frac{1}{7} \cdot \sqrt{7 \cdot x + 0} + 0 = \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot \sqrt{1 \cdot x + 0} + 0$	4	$5x$	4	$-\frac{\ln \cos 2x }{4} + C$
5	$y = \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot \sqrt{x + 7} + \sqrt{7}$	5	$\frac{x}{2}$	5	$-4 \ln \left \sin \frac{x}{2} \right + C$

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ

**ПАРАМЕТРЫ
ПОДЫНТЕГРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ**

Тренажер

C. 53, № 1		C. 55, № 4		C. 55, № 5	
1	$\operatorname{tg} x - 2x + C$	1	$\frac{(2x+1)^2}{4} + C$	1	$\frac{1}{2} \ln \sin 2x + C$
2	$\frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2x + C$	2	$\frac{\ln 2x-1 }{2} + C$	2	$-2 \ln \left \cos \frac{x}{2} \right + C$
3	$-\frac{1}{2} \cos x + C$	3	$\left(\frac{x}{3} - 3 \right)^3 + C$	3	$-\operatorname{ctg}(x-2) + C$
4	$2x - 3 \operatorname{tg} \frac{x}{3} + C$	4	$-\frac{1}{3\sqrt{2}} \left(\sqrt{2}x+2 \right)^3 + C$	4	$\frac{1}{2} \operatorname{tg} \left(2x - \frac{1}{2} \right) + C$
5	$2 \ln \cos x + \operatorname{tg} x + C$	5	$-\frac{2\sqrt{5}}{3} (25-x) \sqrt{25-x} + C$	5	$-\sqrt{2} \ln \left \sin \left(2 - \frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right + C$

Матрица

C. 45, № 1

2	$\frac{\mathbf{A}}{x-1} + \frac{\mathbf{B}}{x+1}$	$\mathbf{A=1}$ $\mathbf{B=1}$	$\ln x^2-1 + C$
2	$\frac{\mathbf{A}}{x-1} + \frac{\mathbf{B}}{x-2}$	$\mathbf{A=2}$ $\mathbf{B=-1}$	$\ln \frac{(x-1)^2}{ x-2 } + C$
3	$\frac{\mathbf{A}}{x} + \frac{\mathbf{B}}{x-1} + \frac{\mathbf{C}}{x+1}$	$\mathbf{A=-1}$ $\mathbf{B=2}$ $\mathbf{C=5}$	$\ln \frac{(x-1)^2 x+1 ^5}{ x } + C$
3	$\frac{\mathbf{A}}{x-2} + \frac{\mathbf{B}}{x+2} + \frac{\mathbf{C}}{x-1}$	$\mathbf{A=1}$ $\mathbf{B=1}$ $\mathbf{C=1}$	$\ln \frac{(x-1)(x-2)}{ x+2 } + C$
3	$\frac{\mathbf{A}}{x-1} + \frac{\mathbf{B}}{x+2} - \frac{\mathbf{C}}{x-2}$	$\mathbf{A=1}$ $\mathbf{B=-1}$ $\mathbf{C=3}$	$\ln \left \frac{(x-1)(x+2)^3}{x-2} \right + C$

ОТВЕТЫ

**ПАРАМЕТРЫ
ПОДЫНТЕГРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ**

ОТВЕТЫ

Матрица

C. 47, № 2

$\frac{A}{x} + \frac{B}{x-1}$	A = 2 B = 3	$-\left[\frac{2}{x^2} + \frac{3}{(x-1)^2} \right]$	$\ln \left x^2 (x-1)^3 \right $
$\frac{A}{x} + \frac{B}{x-2}$	A = 1 B = 2	$-\left[\frac{1}{x^2} + \frac{2}{(x-2)^2} \right]$	$\ln \left x (x-2)^2 \right $
$\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$	A = 2 B = -1	$-\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2}$	$\ln \frac{(x-1)^2}{ x+1 }$
$\frac{A}{x} - \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+1}$	A = $\frac{1}{2}$ B = $-\frac{5}{2}$ C = 2	$-\frac{5}{2(x-2)^2} - \frac{1}{2x^2} - \frac{2}{(x+1)^2}$	$\ln \left[\left(\frac{x+1}{x-2} \right)^2 \sqrt{\frac{x}{x-2}} \right]$
$\frac{A}{x} - \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2}$	A = 1 B = $\frac{1}{3}$ C = $-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3(x+1)^2} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{3(x-2)^2}$	$\ln \left x^3 \sqrt{\frac{x+1}{x-2}} \right $

Матрица

C. 49. № 1

□	$\frac{5}{x^2 - 3x + 2}$	$\frac{5}{(x-1)(x-2)}$	$-\frac{5}{x-1} + \frac{5}{x-2}$	$x + 5 \ln \left \frac{x-2}{x-1} \right + C$
□	$\frac{3x-10}{x^2 - 7x + 12}$	$\frac{3x-10}{(x-3)(x-4)}$	$\frac{1}{x-3} + \frac{2}{x-4}$	$x + \ln \left x-3 (x-4)^2 \right + C$
□	$\frac{-5x+5}{6-x^2-x}$	$\frac{-5x+5}{(x-2)(x+3)}$	$-\frac{4}{x+3} - \frac{1}{x-2}$	$2x - \ln (x+3)^4 - \ln x-2 + C$
$2x+3$	$\frac{x-4}{x^2+6x+8}$	$\frac{x-4}{(x+2)(x+4)}$	$\frac{4}{x+4} - \frac{3}{x+2}$	$-x^2 + 3x + \ln \frac{(x+4)^4}{ x+2 ^3} + C$
1	$\frac{26-8x}{x^3+8x^2+19x+12}$	$\frac{-8x+26}{(x+3)(x+4)(x+1)}$	$\frac{1}{x+3} + \frac{2}{x+4} - \frac{3}{x+1}$	$x + \ln \frac{ x+3 (x+4)^2}{ (x+1)^3 } + C$

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ

**ПАРАМЕТРЫ
ПОДЫНТЕГРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ**

Серия

C. 43, № 4		C. 43, № 5	
1	$\frac{1}{\sqrt{3}}x - 3 = \frac{x}{\sqrt{3}} - 3$	1	$\cos x - \sin(x-1) + \tilde{N}$
2	$3\pi \cdot \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}x + \ln 3} = \frac{3\sqrt{3}\pi}{x + \sqrt{3}\ln 3}$	2	$e^{2x-1} - \frac{(2x)^{e+1}}{e+1}$
3	$3\pi \cdot \frac{1}{\sqrt{x+\ln 3}} - 3 = 3\left(\frac{\pi}{\sqrt{x+\ln 3}}\right)$	3	$-\frac{\ln \cos(x-3) }{3} - x + C$
4	$3\pi \cdot \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}x^2}} - 3 = \frac{\sqrt{3}\pi}{x^2} - 3$	4	$\sqrt{2x} + \frac{x\sqrt{2x}}{3} + C$
5	$\cos x^2 \left(\frac{x}{\sqrt{3}} + \ln 3 \right) - 3$	5	$2\operatorname{tg} x + \frac{\ln \cos x }{\sqrt{2}} - \frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}} + C$

Серия

C. 46, № 1		C. 53, № 2		C. 54, № 1	
1	$\frac{1}{2(x-1)} + \frac{3}{2(x+1)}$	1	$-\frac{\cos 2x}{4} + C$	1	$\frac{1}{2-x} + C$
2	$\frac{1}{2x} + \frac{1}{5(x+2)} - \frac{5}{2(x+2)}$	2	$2x + \frac{\cos 2x}{2} + C$	2	$-\frac{3}{2(x-3)^2} + C$
3	$\frac{3}{4(x-2)} + \frac{5}{4(x+2)}$	3	$\operatorname{ctg} x + C$	3	$\frac{3}{5(4-5x)^3} + C$
4	$\frac{1}{4(x-2)} - \frac{5}{4(x-2)} + \frac{1}{x+1}$	4	$-\frac{\operatorname{tg}^2 2x + 2x}{8} + C$	4	$\frac{1}{4(7-6x)^4} + C$
5	$\frac{1}{2(x-2)} - \frac{3}{x-2} - \frac{1}{2(x-3)}$	5	$3\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x + C$		

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ

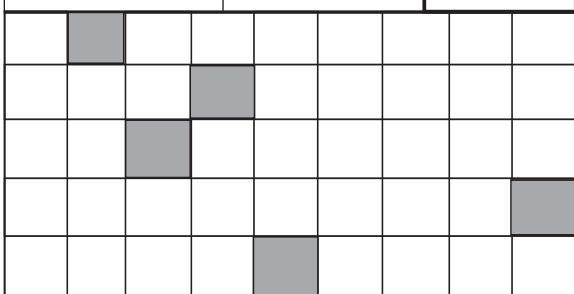
**ПАРАМЕТРЫ
ПОДЫНТЕГРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ**

Серия

C. 54, № 2	C. 56, № 1	C. 57, № 2
1 $x^2 + C$	1 $\sin x$	1 $e^x - \frac{e^{2x}}{4} - e^{-x} + C$
2 $\frac{\alpha^2}{2} + C$	2 $\frac{1}{\sin^2 2x}$	2 $\frac{1}{4}x + C$
3 $\frac{5t^2}{18} + C$	3 $3x+1$	3 $-\frac{\operatorname{ctg} 3x}{9} - \frac{4x}{3} + C$
4 $\frac{\theta^2}{2} + C$	4 $\frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}}$	4 $\sqrt{2x-1} + \frac{\sqrt{2}(x-1)}{3}\sqrt{x-1} + C$
5 $\frac{y^2}{98} - \frac{2y}{49} + C$	5 $-\sin(1-2x)$	5 $2\operatorname{tg}\left(1+\frac{x}{2}\right) - \frac{\sqrt{2} \ln \cos(1-\sqrt{2}x) }{2} + C$

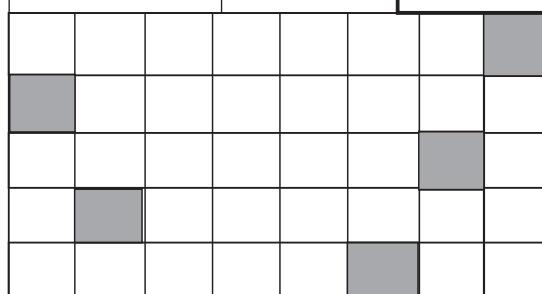
C. 51. №3

Тест



C. 55. №5

Тест



**Задачи
к информационной схеме**

1

$$2\sqrt{2x-1} + \frac{x\sqrt{2x}}{6} + C$$

2

$$x + C$$

3

$$-\frac{2}{3} \cdot \frac{4x+25}{x^2-25}$$

ОТВЕТЫ

**ПАРАМЕТРЫ
ПОДЫНТЕГРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ**

ОТВЕТЫ

Самостоятельная работа 3

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1 $-\frac{\cos 3x}{9} + C$	1 $\frac{x}{4} + \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x} + C$	1 $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2(1-x) - \sqrt{2} \ln \left \sin \frac{x-1}{\sqrt{2}} \right + C$
2 $\frac{x^2}{2} - \frac{4ex\sqrt{x}}{3} - ex^2 + C$	2 $\frac{3x}{8} - \sin \frac{x}{2} + \frac{\sin x}{8} + C$	2 $x + \frac{\ln x }{6} - \frac{9 \ln x-2 }{2} + \frac{28 \ln x-3 }{3} + C$
3 $-\frac{\sin 3x}{6} - \frac{x}{2} + C$	3 $\frac{x}{\sqrt{\pi}} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{7\pi}} + C$	3 $-\frac{1}{4 \sin^2 2x} - \frac{1}{2} \ln \sin 2x + C$
4 $\ln \sin x + C$	4 $-3x + 2 \ln x+1 - \frac{10 \ln x-2 }{3} + C$	4 $3 \ln e^x - 3 - 2 \ln(e^x - 1) + C$
5 $\ln \left \frac{x-1}{x+1} \right + C$	5 $-\sqrt{1-2x} - \frac{\sqrt{2}(1-2x)\sqrt{1-2x}}{2} + C$	5 $-\frac{1}{4} \cos x + C$
6 $\frac{x}{2} - \frac{\ln 6x-1 }{12} + C$	6 $-\operatorname{ctg} 3x - 3x + C$	6 $\frac{4(2x-1)^8 \sqrt{2x-1}}{9\sqrt{2}} + C$
7 $\ln \left \frac{\sin(2x+1)}{\cos(3x-1)} \right + C$	7 $\frac{1}{8} \ln \frac{(x-1)^2(x-2)^4}{(x+1)^2 x+2 } + C$	7 $-\frac{2}{5^x \ln 5} + \frac{25}{2^x \ln 2} + C$

Разные задачи

1 $f(x) + g(x) + C$	3 $F(x) = 3x^2 + 3x + C$ $F(-2) = 4$
2 $\ln f(x) + \frac{f^2(x)}{2} + C$	$\left. \begin{array}{l} F(x) = 3x^2 + 3x + C \\ F(-2) = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 = 12 - 6 + C$ $F(x) = 3x^2 + 3x - 2$
4 $-\frac{3}{\ln^3 x} + C$	5 $\int f[f(x)] \cdot \underbrace{f'(x) dx}_{d f(x)} = F[f(x)] + C$

СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРВООБРАЗНАЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

1. Основные задачи	4
Введение первообразной	4
2. Связь между функцией и ее дифференциалом	6
Определение первообразной	6
Первообразная и дифференциал	6
3. Множество первообразных	8
Связи между первообразными одной и той же функции	8
Таблица первообразных	9
4. Неопределенный интеграл как множество первообразных	10
Объединение таблиц производных и интегралов	10
Расширенная таблица производных и интегралов	11
5. Структура неопределенного интеграла	12
Основные свойства неопределенного интеграла	12
6. Независимость функции от обозначения ее аргумента	14
Важное свойство таблицы интегралов	14
Интегрирование функции $f(kx+p)$	14
Информационная схема «Первообразная и неопределенный интеграл»	16
Самостоятельная работа 1. Вариант 1	17
Вариант 2	17
Вариант 3	18

ЛИНЕЙНОСТЬ ОПЕРАЦИИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

1. Вынесение числа за знак интеграла	20
Вывод табличного интеграла	20
2. Свойства степени	22
3. Таблица степеней	24
4. Интеграл суммы	26
5. Алгебраические преобразования подынтегральной функции	28
6. Составляющие «неправильной» дроби	30
7. Свойства модулей	32
Свойства логарифмов	32
8. Разложение дроби $\frac{1}{(x-a)(x-b)}$ на сумму простейших дробей	34
Интегрирование дроби $\frac{1}{(x-a)(x-b)}$	34
9. Разложение дроби $\frac{kx+p}{(x-a)(x-b)}$ на сумму простейших дробей	36
Информационная схема «Линейность операции интегрирования»	38
Самостоятельная работа 2. Вариант 1	38
Вариант 2	38
Вариант 3	39

СОДЕРЖАНИЕ

ПАРАМЕТРЫ ПОДЫНТЕГРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

1. Структура аналитического задания функции с параметрами	42
Постановка задачи	42
2. Конструирование дроби $\frac{R(x)}{(x-a)(x-b)(x-c)}$	44
Интегрирование дроби $\frac{kx^2+mx+p}{(x-a)(x-b)(x-c)}$	44
3. Алгоритм разложения на простейшие дроби $\frac{k_1x^{n-1} + k_2x^{n-2} + \dots + k_{n-1}x + p}{(x-a_1)(x-a_2) \cdot \dots \cdot (x-a_n)(x-a_2)}$	46
4. Корректировка переменной интегрирования	48
5. Простейшие тригонометрические преобразования	50
6. Интегрирование функций с линейным аргументом	52
7. Алгоритм корректировки переменной интегрирования	54
Общая схема корректировки переменной интегрирования	54
8. Схема выделения целой части дроби	56
Информационная схема «Параметры подынтегральной функции»	58
Самостоятельная работа 3. Вариант 1	59
Вариант 2	59
Вариант 3	60
Разные задачи	61
Использованная литература	62
ОТВЕТЫ	63

Дифференцирование

$$f'(x) \longleftrightarrow \longleftrightarrow \longleftrightarrow f(x)$$

k	$kx + p$	$k\frac{x^2}{2} + px$
$n x^{n-1}$	x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{1}{(n+1)x^{n-1}}$
$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x}$	$\ln x $
$-\frac{1}{x^2 \cdot \ln a}$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$	$\log_a x $
$a^x \cdot \ln a$	a^x	$\frac{a^x}{\ln a}$
e^x	e^x	e^x
$-\sin x$	$\cos x$	$\sin x$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x$	$-\ln \cos x $
$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$\operatorname{ctg} x$	$\ln \sin x $
$-\frac{2x}{(x^2+1)^2}$	$\frac{1}{x^2+1}$	$\operatorname{arc tg} x$ $-\operatorname{arc ctg} x$

$$f(x) \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \int f(x) dx$$

Интегрирование

$$+ C$$

Неопределенный интеграл

Визуальный конспект-практикум

Выпуск I

**Начальные
представления
о технике
интегрирования**

**ПЕРВООБРАЗНАЯ
И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ
ИНТЕГРАЛ**



**ЛИНЕЙНОСТЬ
ОПЕРАЦИИ
ИНТЕГРИРОВАНИЯ**



**ПАРАМЕТРЫ
ПОДИНТЕГРАЛЬНОЙ
ФУНКЦИИ**



**Простейшие
методы
интегрирования**

**АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ
ТАБЛИЧНОГО
ИНТЕГРАЛА**



**ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
ПОДИНТЕГРАЛЬНОЙ
ФУНКЦИИ**



**ИЗМЕНЕНИЕ
СТРУКТУРЫ
ПОДИНТЕГРАЛЬНОГО
ВЫРАЖЕНИЯ**



*Выпуск II
Часть 2*

**Общие методы
и частные приемы
интегрирования**



**ОБЩИЕ
МЕТОДЫ
ИНТЕГРИРОВАНИЯ**

**ЧАСТНЫЕ
ПРИЕМЫ
ИНТЕГРИРОВАНИЯ**