§3. Методика организации визуального поиска

Желание искать и способность находить решение учебной задачи у многих учащихся отсутствует вовсе не потому, что это свойственно только способным (или даже очень способным) из них. Процесс обучения в школе по многим причинам “гасит желание” попробовать свои силы в решении трудных примеров и задач. Они не только не под силу многим учащимся, но, что хуже, неинтересны им. По нашему глубокому убеждению, в первую очередь мы должны восстановить дар, данный человеку от природы – здоровую любознательность и веру в свои познавательные силы. Притом, что восстановление утраченного идет значительно труднее, чем первоначальное формирование, первоначальная потеря времени окупится приобретением ценных качеств: желанием разбираться в трудных ситуациях и умением выходить из тупика.

3.1. Ситуации группового поиска

Ситуации визуального поиска можно организовать не только при анализе локального факта теории или решения конкретной учебной задачи. Доступные учащимся логические и визуальные умозаключения могут привести к конструированию информационной схемы. В качестве иллюстрации мы избрали тему “Преобразования графиков функций”. Излагаемая ниже схема действий достаточно проста:

1. В формуле типа $A\,f\left(x\right)$ [$f\left(k\,x\right)$, $f\left(x+p\right)$, $f\left(x\right)+B$] анализируется положение параметра в ее структуре.

2. В ситуациях поиска моделируются возможные случаи изменения графика функции $f\left(x\right)$ и строится определенная гипотеза о характере таких изменений.

3. Осуществляется проверка высказанного утверждения и устанавливается вывод.

В качестве примера возьмем построение графика функции $f(x+p)$, иллюстрируя указанный выше процесс на соответствующих примерах и задачах. Для других случаев ограничимся лишь необходимыми замечаниями и полезными указаниями, позволяющими (с учетом результатов разрабатываемого образца) строить и разрешать аналогичные проблемные ситуации.

а) Постановка задачи и анализ ее условия

Задача. По исходному графику $f(x)$ построить график $f(x+p)$.

Под "задачей" мы понимали "то, что требует исполнения, разрешения" [126]. Таким образом, мы не просто решали традиционную учебную задачу, а осуществляли поиск общего алгоритма решения всего класса задач определенного типа. Поскольку в формуле $f(x+p)$ число p соединяется знаком "плюс" с переменной x, то изменяться должна именно эта переменная. При этом следует учесть две возможности для p: $p>0$ или $p<0$ (при $p=0$: $f(x+0)=f(x)$).

б) Построение гипотезы

Ясно, что при переходе от графика функции $f(x)$ к графику $f(x+p)$ обязательны изменения. На первый взгляд возможен параллельный перенос стандарта по оси *X* вправо на заданное число p. Отметим, что данное предположение в настоящий момент не проверяется, а лишь высказывается как некоторая интуитивная догадка, поскольку под "гипотезой" мы здесь понимаем « ... предположение, выдвигаемое для объяснения каких-нибудь явлений» [126].

в) Моделирование ситуации

Продемонстрируем "ход событий на примере одной из самых известных учащимся функций $y=x^2$. Для этого случая может быть составлена индивидуальная задача: "По графику функции $y=x^2$ построить график функции $y=(x+2)^2$".

Примем как гипотезу, что график функции $y = (x+2)^2$ может быть построен переносом параболы вдоль оси абсцисс на две единицы *вправо*. Осуществим проверку. Составив таблицу значений функций $y = x^2$ и $y = (x+2)^2$ в нескольких точках, построим чертеж (см. приложение, с. 440, рис. 190). Гипотеза неверна – сдвиг графика исходной функции произошел в обратном направлении. Остается принять – параметр p в задании $f(x+p)$ означает параллельный перенос $f(x)$ вдоль оси аргумента на p единиц *влево*.

Учащиеся должны как можно больше "открывать, а не принимать на веру то, что им сообщает учитель или написано в учебнике. Эксперименты можно оформлять иначе, чем приведенный выше. Полезно предложить учащимся построить графики функций типа 2^{x+1}, $\cos(x-\pi/2)$, предоставив им самим убедиться в правильности общего вывода.

Учебные эксперименты (маленькие научные опыты) более необходимы, чем конкретные готовые знания: "математика является меньше знанием, чем умением" [173, с. 24}. Такие умения приобретаются в ходе опыта, наблюдений и анализа их результатов. Важно "развивать свойства ума и характера, связанные с навыками к ... строгой целеустремленной дисциплине, к выражению на различных языках (языке общения, фигур, формул и графиков), со схематической мыслью, сжатой и четкой" [173, с. 24].

Разумеется, предлагаемый подход к продемонстрированной выше проблеме строгим не назовешь. Но он достаточно образен и вполне приемлем для усвоения учащимися с различными уровнями подготовки и восприятия. Такой способ анализа учебной знаковой информации позволяет ученикам проявлять необходимую самостоятельность. Тем более что образованию каждой из команд формируемого алгоритма предшествуют догадки и гипотезы, сопутствует проверка на истинность. Все это обеспечивает необходимую мыслительную активность обучения, вырабатывает уверенность в собственных возможностях.

г) Обобщение и свертывание

После составления предписаний для случаев: $A\,f\,(x)$, $f\,(k\,x)$, $f\,(x+p)$, $f\,(x)+B$ естественно перейти к оформлению общего алгоритма в виде информационной схемы, которая представлена на рис. 191 (см. приложение, с. 441). Эта схема сочетает необходимую словесную интерпретацию каждого из параметров с указаниями-ориентирами: влево, вправо, вверх, растяжение и т.д.

Итак, поставив проблему – нахождение алгоритма преобразования графиков функций, мы сначала уменьшили диапазон поиска, рассмотрев случай преобразования графика $f\,(x)$ в графики $f\,(k+p)+B$**.** Получив нужный результат и проведя аналогичные "испытания", мы пришли к информационной схеме, описывающей геометрический смысл всех параметров функции $A\,f\,(k\,x+p)+B$.

Следующим этапом развития данного алгоритма может стать свертывание операций параллельного переноса вдоль осей *OX* и *OY*. Эти действия теперь объединены в одно: центр $(\mathbf{0;0})$ переносится в точку $\left(-\frac{p}{k};B\right)$ (см. приложение, с. 442, рис. 192).

В результате все сводится к несложному перечню визуально обозримых операций:

1. Приведи формулу функции к виду $A\,f\,(k\,x+p)+B$.

2. Перенеси начало координат в точку $\left(-\frac{p}{k};B\right)$ и продолжай все остальные построения в новой системе координат.

3. Восстанови график стандарта с его "направляющими прямоугольниками.

4. По заданию функции $y=A\,f\,(k\,x)$ произведи деформацию направляющих прямоугольников и построй график искомой функции.

В таком случае информационная схема "Влияние параметров на преобразование графика функции при $A>0$ и $k>0$" приобретает иную

структуру (см приложение, с. 443, рис. 193). Новый справочник самым явным образом отражает свертывание общего алгоритма.

Самым ценным, на наш взгляд, является то, что в результате подобных исследований, учащиеся приобретают способность “ориентироваться в новых для нас данных опыта» [60, с.13].

Подчеркнем, однако, что подобную свободу восприятия можно сформировать только при *постоянном, длительном, тщательном* воспитании “живого созерцания», сопровождая визуальный поиск переводами. “Хорошие идеи имеют своим источником прошлый опыт и ранее приобретенные знания” [133, с.19].

В противном случае описываемые приемы окажут вред, а не пользу – из-за непонимания, слишком быстрого темпа, необычности подхода учащегося может постигнуть очередная неудача обучения.

3.2. Распространение метода

Довольно часто очередная «порция» учебного материала воспринимается учащимися как нечто абсолютно новое, не связанное с предыдущим материалом. Знакомыми в таком случае являются общие термины (понятия), незнакомыми – способ оперирования ими в непривычных ситуациях. Процесс «выведения наружу» в их сознании общих закономерностей растягивается, а иногда так и остается незавершенным к окончанию школы.

Мы полагаем, что специальное внимание к таким закономерностям может значительно повысить продуктивность школьного урока.

На очередном этапе нашего эксперимента, мы решили обсудить все возможные частные модификации алгоритма построения графика функции вида $A\,f\,(k\,x+\,p)+B$. Для примера опишем ввод в учебный процесс еще одной проблемной ситуации, связанной с созданием локальной информационной схемы.

Обратимся к алгоритму построения графика дробно-линейной функции $y = \frac{a\,x + b}{c\,x + d}$. Для того чтобы использовать общую инструкцию построения граф-ка функции с параметрами, необходимо привести формулу $y = \frac{a\,x + b}{c\,x + d}$ к виду $A\,f\,(k\,x + p) + B$. Тем самым мы заменим громоздкие и длительные геометрические построения быстрыми преобразованиями формулы (см. приложение, с. 444, рис. 194, вверху).

Для начала произведем деление числителя на знаменатель (-а) и осуществим необходимые преобразования так, чтобы получить формулу исследуемой функции в виде $A\,f\,(k\,x + p) + B$ (-б). Теперь можно использовать любую из рассмотренных выше схем. Однако для гиперболы операции растяжения (сжатия) по обеим осям представляют весьма трудный процесс. Преобразуя формулу к стандартному виду, максимально сокращаем число геометрических преобразований.

Итак, при данном виде формулы дробно-линейной функции необходимыми являются лишь три операции:

в старой системе: перенос центра координат;

в новой системе: построение графика-стандарта;

деформация по оси *Y*.

Проиллюстрируем решение на примере построения графика функции $y = \frac{\mathbf{2}\,x - \mathbf{1}}{x - \mathbf{2}}$.

Решение: 1. Преобразование формулы.

2. Анализ формулы.

3. Построение графика (см. приложение, с. 444, рис. 194, внизу).

Подведем итоги**.**

Поставив обширную проблему – нахождение алгоритма преобразования графиков функций, мы сначала уменьшили диапазон поиска, рассмотрев случай преобразования графика $f\,(x)$ в график $f\,(x+p)$.

Получив нужный результат и проведя аналогичные “испытания”, мы пришли к информационной схеме, описывающей геометрический смысл всех параметров функции $A\,f\,(k\,x+\,p)+B$.

Для свертывания этой схемы в более компактный вариант мы сначала рассмотрели ее упрощенную модификацию, которую обеспечили переносом центра координат из точки $\mathbf{(0\,;\,0)}$ в точку $\left(-\frac{p}{k}\,;\,B\right)$.

Задавшись целью еще более упростить построение графика дробно-линейной функции $y=\frac{a\,x+b}{c\,x+d}$, мы ввели операцию “выделение целой части” и получили схему, по которой весь цикл преобразований этой функции можно реализовать в три этапа:

а) перенос центра координат;

б) построение стандарта типа $y=\pm\frac{\mathbf{1}}{x}$ в новой системе координат;

в) растяжение полученного графика вдоль оси ординат в новой системе.

Все это мы осуществили в ситуации поиска, основными этапами которого были: сужение диапазона исследования, распространение полученных закономерностей на всю область поиска, и, наконец, конструирование новых, более удобных вариантов для реализации осваиваемого действия.

При усвоении навыков визуального поиска учебным группам под силу не только использование готовых информационных схем по окончании определенной темы, но и конструирование их по ходу ее изучения. Таким образом, мы еще раз подчеркнули: текст, рисунок и формула тесно связаны между собой. Рациональное использование принципа разумного равноправия трех языков учебной информации позволяет упростить трудные преобразования, свер-

нуть громоздкие операции, увидеть общее и различное в применении единого алгоритма в различных ситуациях.

3.2. Интеллектуальные игры

Визуальные задачи представляют собой богатейший материал для образования групповых поисковых ситуаций. При усвоении навыков визуального поиска учебным группам под силу не только использование готовых информационных схем, но и их составление, что позволяет активизировать самостоятельность учащихся, “разбудить” их зрение и мозг, увлечь процессом познания.

Описание процесса роста уровня поисковой деятельности учащихся в рамках настоящего диссертационного исследования представляется нам весьма сложной и трудно осуществимой задачей. Это связано с длительностью самого процесса, разнообразием реакций отдельных учеников, неадекватностью проявления результатов в учебных группах с различными уровнями математической подготовки и общего интеллектуального развития. Этими же трудностями было обусловлено и проведение экспериментов, которые растягивались во времени и слабо поддавались точной экспертной оценке.

Чтобы подтвердить соответствующее положение нашей работы, мы предлагаем описание более или менее целостного фрагмента нашей экспериментальной работы, объединенного одним общим сюжетом и представляющего возможность фиксировать определенные приращения умений и навыков учащихся в визуальном поиске решения учебной математической задачи.

Описываемый ниже эксперимент проводился в Мурманском музыкальном училище (1984/85 и 1985/86 учебные годы) в форме учебной игры, основанной на объединении двух тем предметов “Математика” и “Информатика”. Ее цель заключалась в создании силами учащихся специальной (воображаемой) программы “ЛОГИК”, простые и составные команды которой отражали бы важнейшие свойства трехмерного геометрического пространства.

Таким образом, была создана ситуация “Ученик обучает компьютер, в то время как учится сам” – нам приходилось не только “сочинять” необходимые команды, но и точно формулировать принципы их исполнения.

Ведущие линии эксперимента можно представить следующим образом:

– введение аксиом и определений стереометрии на визуальном уровне с сопутствующим переводом их содержания на формульный и вербальный языки предъявления учебной знаковой информации,

– подход к определениям и теоремам как к своеобразным визуальным задачам,

– объединение результатов наблюдений и логических обоснований в соответствующих блок-схемах.

Первая линия обеспечивает “живое созерцание” рассматриваемых ситуаций, вторая – активную самостоятельность учащихся, третья – формирование алгоритмических навыков визуального поиска, приводящих к росту уровня поисковой деятельности.

Для развития основной идеи был реализован подход, предложенный автором «Концепции современной математики»: «Мы вольны давать любые ОПРЕДЕЛЕНИЯ, важно только потом их строго придерживаться ... Задавшись определенным набором требований к поведению геометрических объектов, ... можно сказать: вот некоторая математическая теория. Она оперирует объектами, которые я назвал «точками» и «прямыми». Я думаю, что примерно так в реальном мире ведут себя очень маленькие точки и очень тоненькие прямые ... чтобы узнать, так это или нет, можно делать эксперименты» [179, с. 79-80].

Игра проводилась в три этапа, на каждый из которых отводилось от 2 до 4 учебных часов. Первый из них был связан с построением блок-схем, полностью представляющих все возможные случаи в расположении пар основных понятий геометрии.

Прежде чем составить такую блок-схему, мы осуществляли серии “экспериментов”, устанавливая количество возможных связей и уточняя их “качественную” сторону.

Нам пришлось столкнуться с некоторыми трудностями. Учащиеся слишком часто путают знаки теоретико-множественной символики “$\in$” и “$\subset$”. Поскольку в данной теме все специальные значки употреблялись в качестве стенографических, то мы “отказались” от символа включения ($\subset$), ориентируясь на возможность восприятия прямой и плоскости как “множества точек, мыслимых как единое целое”. Учащимся была представлена большая свобода действий – от предложения специальных символов до выбора порядка исследования. Так, символы отношений между основными понятиями геометрии были установлены по предложениям учащихся (в частности символ пересечения, см. приложение, с. 448, рис. 198, вверху, в центре). Все они представляют собой визуальные модели – проекции такого отношения. Каждое новое отношение обсуждалось достаточно подробно, и обязательно определялась область его действия (см. там же, рис. 198, вверху).

Первыми командами алгоритмического языка, применяемыми в наших рассуждениях, были команды присваивания и выбора. Построение каждой блок-схемы обычно предварялось составлением информационной схемы (см. приложение, с. 448, рис. 198, в центре). Любая последующая команда также тщательно разбиралась и анализировалась логически и визуально. Например, мы рассмотрели различие и общность в присвоении значений для “точки, принадлежащей двум прямым и “плоскости, в которой лежат обе эти прямые” (см. там же, внизу).

Проведенная самостоятельная работа показала, что, несмотря на отсутствие домашних заданий и учебных пособий, учащиеся поняли, как искать и наблюдать, как самим составлять определения темы “Параллельность прямых и плоскостей в пространстве”, как отражать свои выводы в логических схемах.

Следующий этап игры был посвящен конструированию первой части основной программы – алгоритма **а**нализа **г**еометрической **и**нформации (**АГИ**).

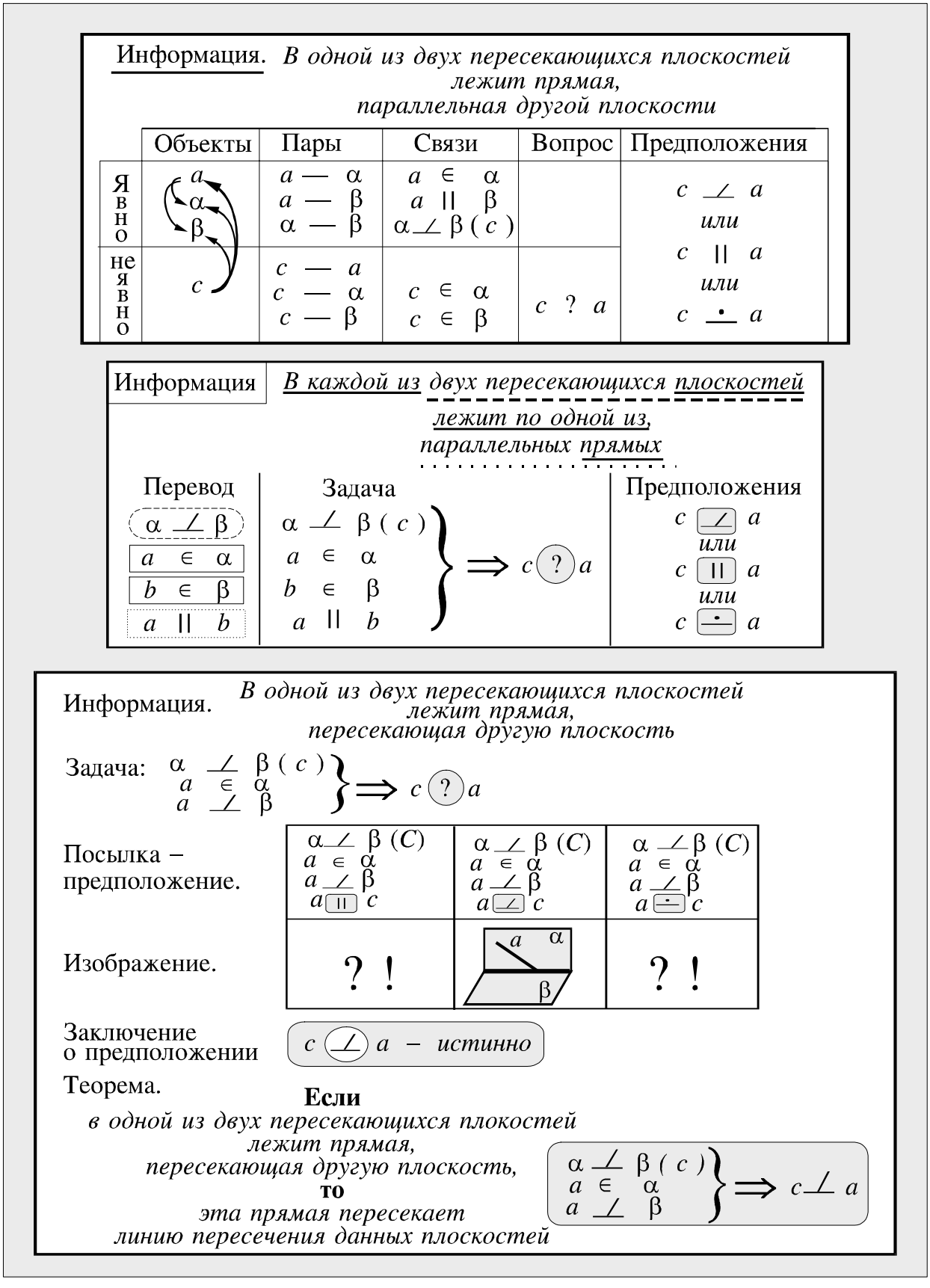
Информация. В одной из двух пересекающихся плоскостей лежит прямая, параллельная другой плоскости
Объекты
Пары
Связи
Вопрос
Предположения
Явно
не явно
a — α
a — β
α — β
a ∈ α
a || β
α ⊿ β (c)
c — a
c — α
c — β
c ∈ α
c ∈ β
c ? a
c ⊿ a
или
c || a
или
c • a
Информация
В каждой из двух пересекающихся плоскостей лежит по одной из, параллельных прямых
Перевод
Задача
Предположения
α ⊿ β
a ∈ α
b ∈ β
a || b
α ⊿ β (c)
a ∈ α
b ∈ β
a || b
⇒ c ? a
c ⊿ a
или
c || a
или
c • a
Информация.
В одной из двух пересекающихся плоскостей лежит прямая, пересекающая другую плоскость
Задача:
α ⊿ β (c)
a ∈ α
a ⊿ β
⇒ c ? a
Посылка – предположение.
α ⊿ β (C)
a ∈ α
a ⊿ β
a || c
α ⊿ β (C)
a ∈ α
a ⊿ β
a ⊿ c
α ⊿ β (C)
a ∈ α
a ⊿ β
a • c
Изображение.
? !
a
α
β
? !
Заключение о предположении
c ⊿ a – истинно
Теорема.
Если
в одной из двух пересекающихся плокостей лежит прямая, пересекающая другую плоскость,
то
эта прямая пересекает линию пересечения данных плоскостей
α ⊿ β (c)
a ∈ α
a ⊿ β
⇒ c ⊿ a

Рис. 79

Резник Н.А. Методические основы использования визуального мышления в математическом образовании школьника: дис. ... уч. ст. докт. пед. наук. – СПб., 1997. – 500 с.

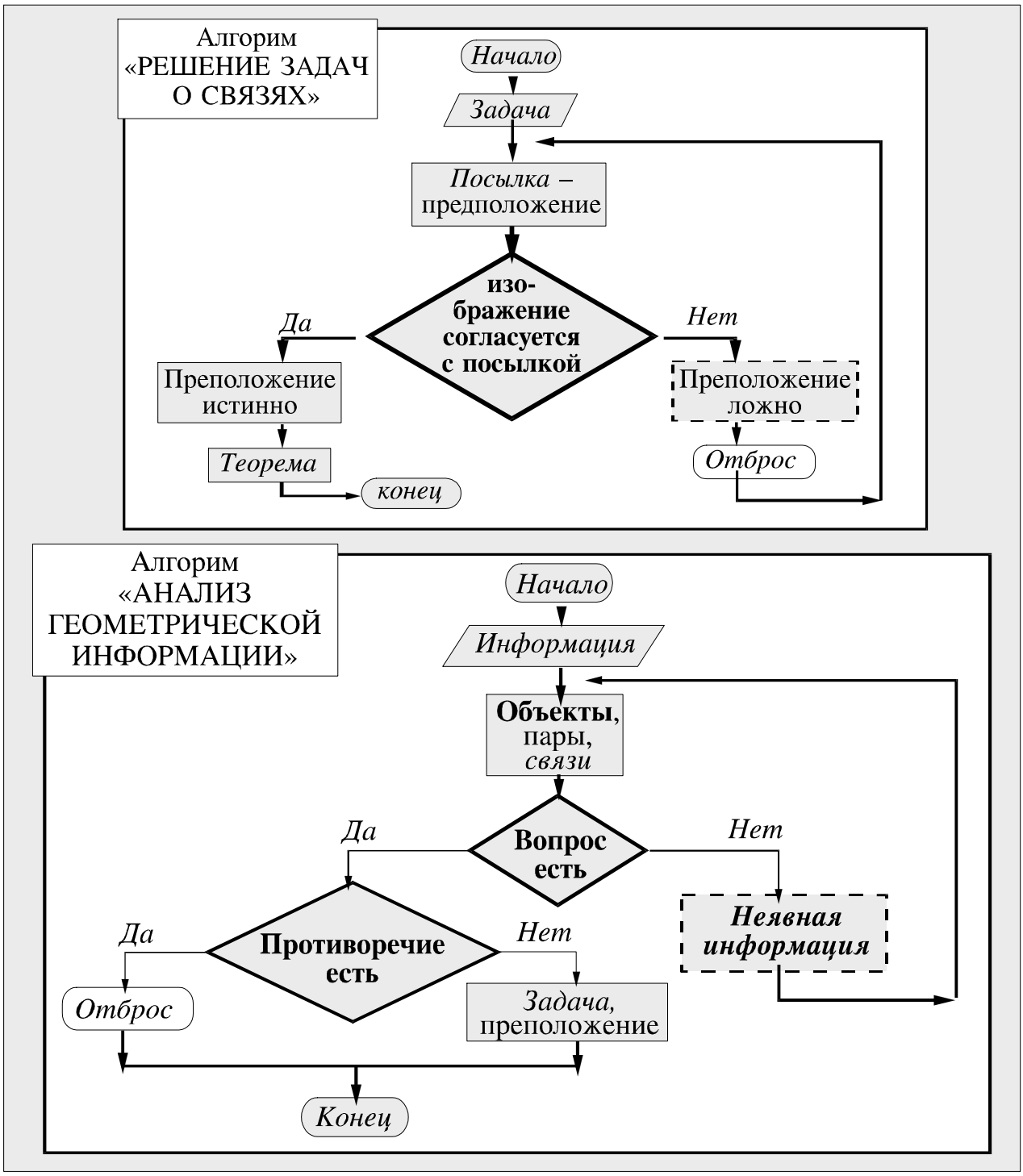

Рис. 80

Материалом служили развернутые наименования теорем этой темы (рис. 79, вверху). Основные приемы анализа вербальной информации на первых порах отражались в специальной таблице, подобной представленной на рис. 79

(вверху). После двух-трех примеров учащиеся оформляли свои рассуждения в свернутом виде (рис. 79, в центре).

Мы уделили специальное внимание вопросам: полна или нет предлагаемая информация, противоречива или нет совокупность данных, поставляемых ее условиями (рис. 79, внизу).

В конечном итоге мы пришли к осознанию всей структуры алгоритма АГИ и выразили действия по его плану соответствующей блок-схемой (рис. 80, вверху). Таким образом, учащиеся усвоили, как можно:

– определить явные данные,
– выявить “скрытые среди слов неявно заданные условия,
– поставить задачу,
– разобраться в математическом тексте,
– высказать допустимые предположения относительно результата ее решения.

Проверочная работа позволила констатировать очередной рост уровня визуальной поисковой деятельности участников эксперимента.

Третий этап должен был привести к умению не только составлять задачу, но и решать ее. Это решение предполагало получение формулировки теоремы, которую учащиеся не получали в готовом виде, а конструировали в ходе самостоятельного визуального поиска и соответствующих умственных действий.

Данный процесс мы отразили второй подпрограммой – алгоритмом **РЗС** (**Р**ешение **З**адач о **С**вязях).

Блок-схема этого алгоритма и реализация его на конкретном примере представлены рис. 79-80.

Традиционно теоремы школьного курса предлагаются к изучению “извне» в виде готовых импликационных высказываний. Специальные игры, основанные на активном использовании визуального мышления и интуитивной логики, показали, что имеется возможность строить изложение учебной теории так, чтобы анализ предлагаемой информации приводил к утверждениям, истин-

ность которых устанавливается в ходе визуального поиска с сопутствующими логическими обоснованиями.

В результате учащиеся научились:

При предъявлении достаточно корректной вербальной информации осуществлять постановку задачи.

Соотносить ее данные со своими интуитивными представлениями (практическим визуальным опытом).

3. Строить теорему на основе решения задач, предлагаемых условием исходного информационного сообщения.

На основе всего вышесказанного мы констатировали повышение уровня поисковой деятельности учащихся, поскольку весь процесс – от составления формулировки посылки до получения истинного заключения – осуществлялся ими самостоятельно, без помощи учителя или использования учебника.

3.3. Перенос полученных знаний и умений в новую ситуацию

Предлагаем описание нескольких опытов организации визуального поиска в сфере профессиональной деятельности учащихся. Эксперименты в этом направлении велись автором в Мурманском музыкальном училище с 1975 по 1986 гг. Не затрагивая эмоциональных и чисто исполнительских вопросов музыкальной теории и практики, мы старались там, где это возможно и насколько возможно, повысить логическую культуру мышления учащихся на доступных им параллелях между музыкальным и математическим материалами. Для того чтобы сложилось более целостное представление о данном направлении эксперимента, мы выбрали единый, постоянно действующий момент учебной практики всех отделений музыкального училища – технический зачет по фортепиано. В него входят: чтение нот с листа, игра гамм, исполнение виртуозного произведения и транспонирование. Эти испытания являются обязательными, проводятся каждый семестр в течение первых трех лет и представляют особую трудность для первокурсников, не имеющих полной специальной подготовки.

Для начала, мы обратились к гаммам. Достаточно большой перечень их, состоящий из 48 наименований, затрудняет восприятие и запоминание аппликатурных правил. Поэтому было предложено найти некий принцип разделения всего множества данных объектов на группы, подчиняющиеся общим законам усвоения и исполнения.

В основе понятия “гамма” лежит принцип периодичности – семь ступеней располагаются в определенном порядке в зависимости от рода тональности (мажор или минор) и повторяются, начиная с восьмой. Последовательности этих семи ступеней противопоставляется определенный аппликатурный “стандарт”, также действующий периодично, но не синхронно с первым. Прием сужения диапазона поиска привел нас к мысли начинать все исследования с наиболее простых, хорошо всем известных гамм – до, ре, ми, соль и ля мажор. Покажем более подробно, как был найден ориентир.

Каждый ученик знает, что самой удобной для игры является гамма ми мажор – аппликатурная “серия” для этой гаммы организуется самой структурой фортепианной октавы. 4-й палец играет в октаве лишь один раз, поэтому его местоположение и было взято в качестве ориентира (рис. 81).

Мы исследовали остальные тональности и обнаружили: в любой из перечисленных гамм 4-й палец каждый раз попадает на VII ступень в правой руке и на II ступень в левой. Причем эта закономерность сохраняется и в минорных одноименных гаммах. Таким образом, от игры на клавиатуре мы перешли к переводу (переносу) полученных данных на нотный стан. В результате было выведено правило игры десяти гамм (рис. 81).

Оформили полезное умозаключение: аппликатурный принцип обязательно содержит ориентир, причем это не только конкретный палец, но и его место в общей структуре (здесь – номер ступени).

Многочисленные эксперименты на клавиатуре и нотной бумаге привели нас к информационным блокам и для остальных групп гамм. Итоги отразили в единой информационной схеме (см. приложение, с. 447, рис. 197).

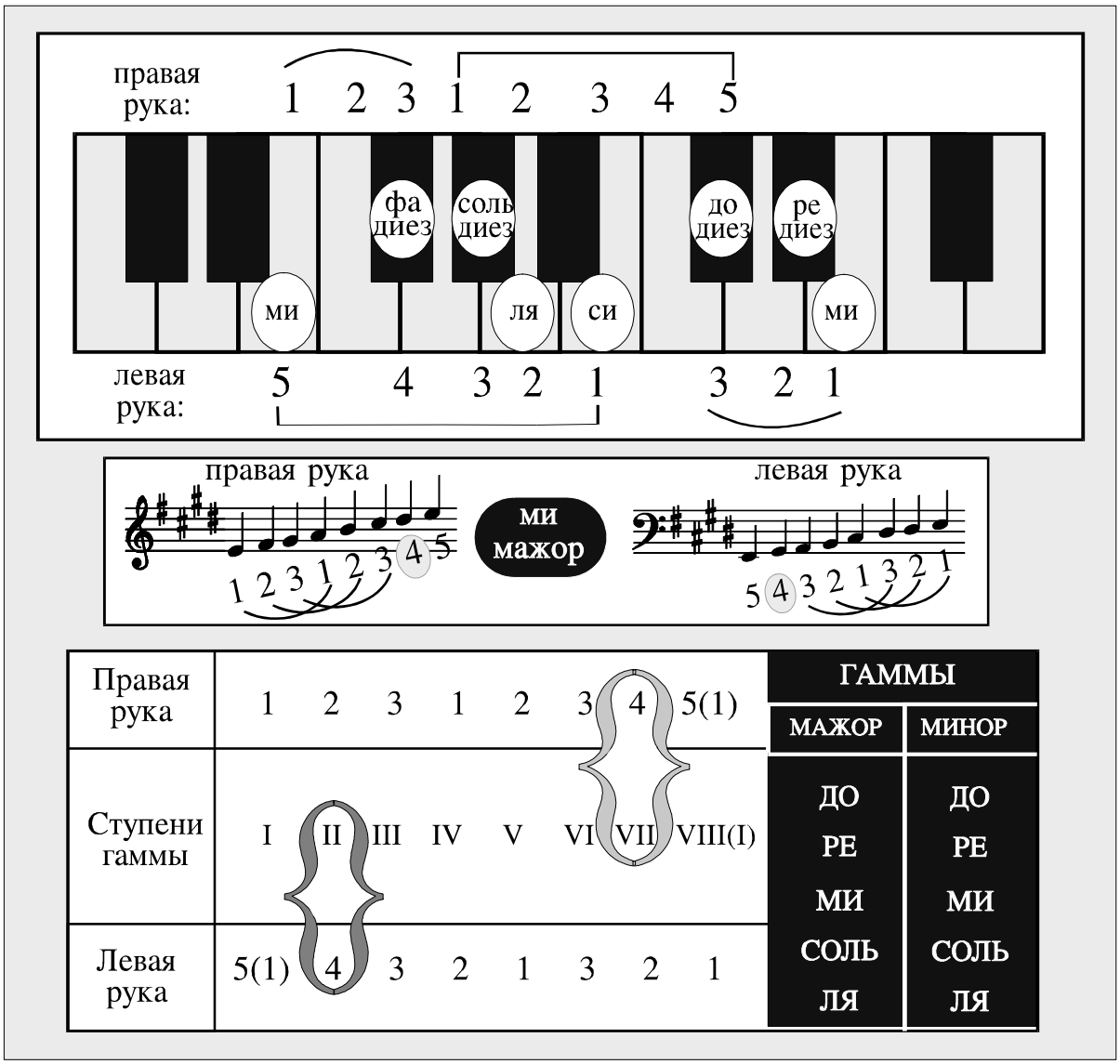

Рис. 81

После этого осталось приобрести навык использования элементов и блоков схемы и заучивать не каждую гамму в отдельности (как это обычно реализуется в учебной фортепианной практике), а сразу по 10, 8 и 6 гамм. Таким образом, мы показали, как разрозненные практические сведения можно свести к строго организованной совокупности правил, опираясь на визуальное мышление в ходе визуального поиска.

На примере гамм учащиеся поняли, что методы анализа информации, использование приемов визуального поиска, создание вспомогательных инфор-

мационных схем возможно и в их профессиональной деятельности. Мы распространили эту идею для отыскания аналогий и построения разнообразных ассоциаций между музыкальными и математическими понятиями. Приведем еще один пример, относящийся к ликвидации трудностей технического зачета.

Transporo (лат.) – переношу, перемещаю. Термин “транспонирование” по смыслу и назначению совпадает с математическим понятием вектора, по исполнению и реализации – с его геометрическим представителем (направленным отрезком). Следовательно, чтобы транспонировать из одной тональности в другую, нужно мысленно перенести нотный рисунок в нужном направлении на заданное расстояние (вверх или вниз на заданный интервал).

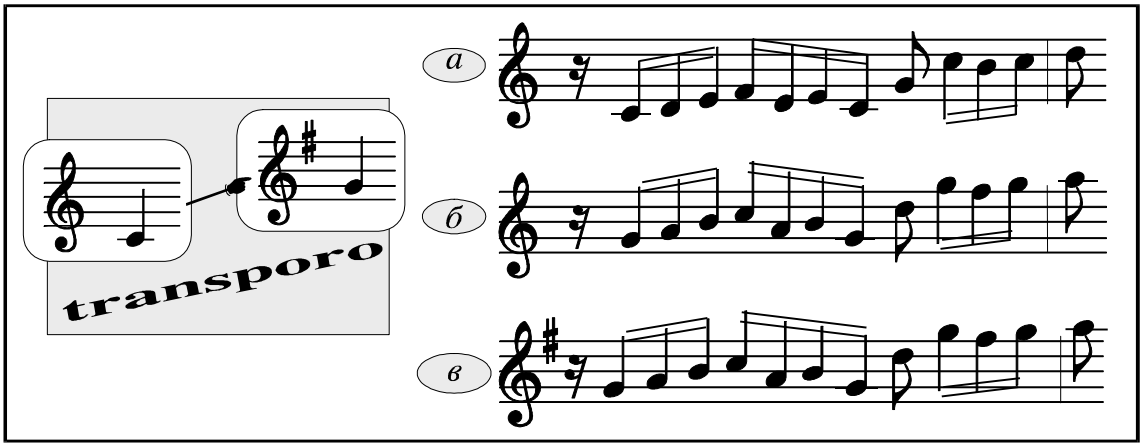

Рис. 82

Учащиеся отразили на нотных станах этот первый момент (рис. 82-а,-б) и самостоятельно сделали заключение: необходимо уточнить “область определения” – тональность, внести некоторую корректировку, выставив ключевые знаки (рис. 82-в), и транспонирование завершено. Учащиеся способны придумывать неожиданные и необычные аналоги математических понятий. Предлагаем сокращенный перечень аналогов понятия “вектор”, сочиненных ими: секвенция в музыке, канон, правильно написанные нотные диктанты, гаммы на несколько октав, репродукции картины художника, книги одного и то же автора и одного года издания, передвижение транспорта по прямой, работа лебед-

ки, коллекционные модели автомобиля одной марки и серии, тиражирование, переиздание книги, повторение телепередачи в разное время и в разных местностях и т.д.

Мы предложили учащимся решить следующую задачу: в чем может заключаться транспонирование музыкальных отрывков на пол тона вверх или вниз? Сначала кто-то сказал, что “это сыграть трудно”. Однако потом нашли подсказку: “диез” – это знак повышения на полтона, а “бемоль” – понижения. Следовательно, нужно лишь мысленно выставить знаки альтерации у всех нот музыкального эпизода и играть с учетом этой поправки так, как показывает исходный текст.

Покажем, как формирование техники перевода вербальной информации может стать инструментом к анализу информационного сообщения гуманитарного характера. На одном из уроков математики было предложено: “Не пользуясь справочной литературой, составьте историческую справку о хазарах”. Процесс обсуждения начался с вопроса учащихся – что такое историческая справка? Ответ: под исторической справкой здесь будем понимать сведения типа:

а) когда жили,

б) где жили,

в) какова численность,

г) каков уровень развития,

д) чем занимались.

Поиск необходимой информации не составил труда. Все помнили, что слово “хазары” встречается в “Песне о вещем Олеге” А.С. Пушкина. В результате нужные данные были представлены первым четверостишием. Ответы давались с обязательными обоснованиями (отмечены в скобках):

а) тысячу лет назад (время княжения Олега),

б) южное Приднепровье (Киевская Русь),

в) многочисленные (набеги буйные, значит, воевали не умением, а числом),

г) полудикие племена (неразумные хазары),

д) скотоводство и земледелие (села и нивы, набеги – значит, были кони).

Таким образом, выяснилось, что учащиеся приобрели и даже закрепили навык анализа и обнаружения неявно заданных сведений в специальных информационных блоках. Процесс перевода вербальной информации в формулу или картинку, анализ структуры и элементов формальных или визуальных конструкций дает богатые перспективы для побуждения учащихся к активной мыслительной деятельности не только в процессе решения задачи, но уже при предъявлении ее условия. Это подтвердилось и на втором примере, который был предложен группе, состоящей из учащихся, поступивших на I курс без предварительной профессиональной музыкальной подготовки.

В цикле “Картинки с выставки” М.П. Мусоргского есть пьеса “Старый замок”. В одном из изданий этого цикла к ней прилагается постскриптум: “Перед старым обветшалым замком трубадур поет свою песню”.

Учащиеся должны были поставить вопросы к данному примечанию так, чтобы ответы на них могли дать представление о характере музыки этого произведения (предвидение формы и структуры). Были сформулированы следующие вопросы:

1. В каких странах имеется много старых замков?

2. Кто такие трубадуры?

3. Какие инструменты применялись для сопровождения пения?

4. О чем пели трубадуры?

Получив ответы на некоторые из вопросов от наиболее эрудированных учащихся (вопросы 2 и 3), остальные смогли достаточно толково и правильно описать характер данного программного произведения, прокомментировать свои догадки при его прослушивании.

Поиск гуманитарных аналогий математических понятий самым положительным образом влияет на отношение учащихся к предмету “Математика” и к обучению вообще. Выполнение таких упражнений способствует повыше-

нию их общекультурного уровня, умению выражать мысли вслух, вдумываться в скрытый смысл сказанного или написанного, приводить необходимые образные сравнения, выстраивать доказательные рассуждения, обогащая их разнообразными ассоциациями.

В заключение покажем, как анализ структуры блоков и элементов знаковой информации, “живое созерцание” ее конструктивных особенностей, отыскание “общего” и “различного” помогает в решении профессиональных задач. Одна из них излагалась учащимися Мурманского музыкального училища так: “Давайте, применим математику, чтобы хорошо читать с листа, быстро и правильно разбирать и запоминать нотный текст”. Основная идея заключалась в следующем. Нотный текст представляет собой определенную знаковую информацию. Следовательно, анализируя его структуру, находя общие и различные “формулы” (пассажи, аккорды и т.д.), можно обнаружить некоторые закономерности, позволяющие выявить основные трудности и составить достаточно четкую программу действий для их ликвидации при изучении нотного текста.

Для начала было предложено выполнить упражнение «Воспроизведите по памяти выражение $\dfrac{\left(a+\dfrac{\mathbf{1}}{b}\right)m+\left(b+\dfrac{\mathbf{1}}{a}\right)n}{\left(b+\dfrac{\mathbf{1}}{a}\right)m-\left(a+\dfrac{\mathbf{1}}{b}\right)n}$». Это оказалось по силам лишь тем, кто заметил в выражении два основных момента:

а) общие элементы $\left(a+\dfrac{\mathbf{1}}{b}\right)$ и $\left(b+\dfrac{\mathbf{1}}{a}\right)$,

б) основную структуру: $\dfrac{*m+*n}{*m-*n}$.

Тем самым учащиеся были “настроены” на то, что прежде чем начинать работать с какой-нибудь формулой, необходимо разобраться в ее конструкции, обнаружить одинаковое и различное, определить главные связи между элементами – блоками, т.е. структуру.

Следующая задача: “Рассмотрите и воспроизведите по памяти графики” (с. 188, рис. 59-а и -б). Обсуждение результатов дало ориентиры для запоминания: графические стандарты, симметрия и периодичность. Вспомнили, – подобные приемы часто встречаются не только в этюдах, но и в произведениях полифонического стиля. Провели аналог: прежде чем разбирать этюды, играя их на инструменте, нужно предварительно проанализировать нотный текст.

Главной отличительной особенностью технических этюдов является ориентирование их текста на усвоение одного из видов фортепианной (инструментальной) техники. Следовательно, в каждом из них есть своя основная “формула”, повторяя которую в предлагаемых нотами вариантах, добиваются нужного результата.

Выбрали несложный этюд Лемуана (ор. 37 №20) и углубились в созерцание нотного текста (рис. 83). Определили, на сколько частей по своим техническим задачам можно разделить данный этюд. На это указали пассажи, в первой части предназначенные для исполнения правой рукой, во второй – левой.

Обсуждение и поиск начали с “формулы”, определяющей основную техническую задачу:

– Изучению каких навыков игры на рояле посвящен этот этюд? (гаммообразным пассажам).

– Какова основная особенность этих пассажей? (Четыре ноты идут поступенно вниз, затем опять, но начиная уже от нового звука, рис. 83-а).

– Именно так развивается нотная “линия” во всех тактах первой части? (Только в первых двух тактах, дальше движение вверх).

– В первых четырех тактах найдите общее и различное. (В первых двух тактах движение вниз, начиная с сильной доли, а дальше – наоборот).

– Как именно “наоборот”? (Движение вверх и начало от слабой доли, рис. 83-б).

– Можете ли вы сразу записать по памяти или сыграть на инструменте партию правой руки первых четырех тактов? (Молчание).

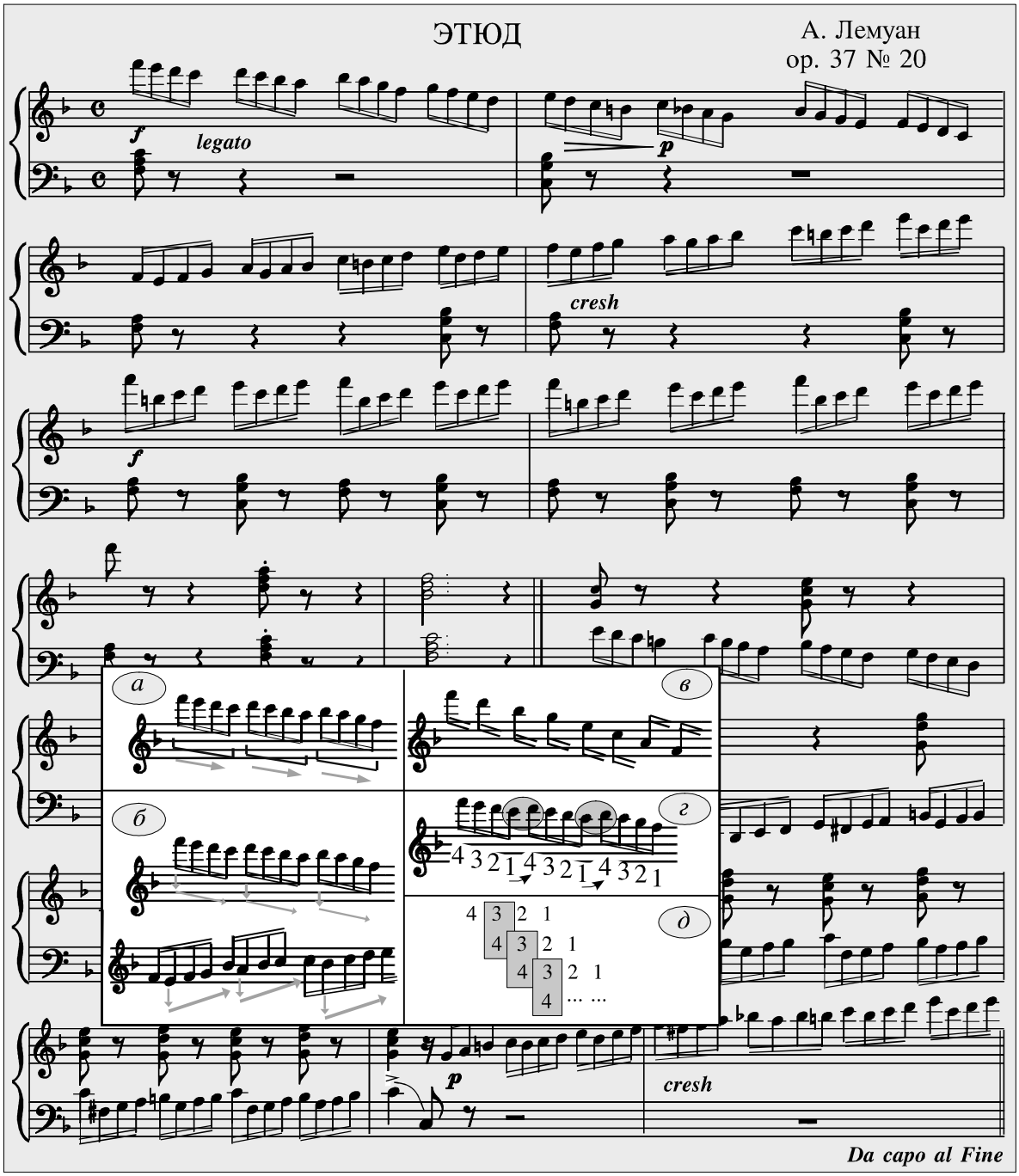

Рис. 83

– Может быть достаточно запомнить первые ноты, с которых начинается каждый пассаж в первых двух тактах? (Сразу согласились и запели: фа-ре-си-соль-ми-до-ля-фа).

– Как эту последовательность нот запомнить? (Начинать от ноты фа третьей октавы и вниз по терциям, рис. 84-в).

– Во время быстрой игры вам некогда будет “вычислять” эти терции. Найдите другой принцип, который согласовывался бы с уже предложенным.

Учащиеся принялись “играть” на столах. Обнаружили, что каждый последующий пассаж начинается “на ступень вверх” от конца предыдущего. Изобразили они это так, как показано на рис. 84-г.

– Проанализируйте движение в следующей паре тактов и обратите внимание на ключевые и случайные знаки.

– Обратите внимание на окончания третьего и четвертого тактов, разберите мысленно партию левой руки и, закрыв ноты, запишите первые четыре такта по памяти.

Большинство быстро и точно справилось с этой работой. Причем, пока шло письменное оформление, многие успели продемонстрировать игру на инструменте “на память”. Характерно, что каждый сначала “примерялся”, беззвучно проигрывая над клавиатурой пассажи и по несколько раз повторяя манипуляции левой руки (накопление визуального и тактильного опыта).

Дальнейший текст анализировался аналогичным образом, но гораздо быстрее. Без напоминания обратили внимание на сходство и различие обеих частей, на закономерности в партиях правой и левой рук.

Общие выводы были оформлены в следующие тезисы: начиная работать над нотным текстом, в том числе и при “чтении с листа”, следует:

Разделить его на части и выбрать одну из них для непосредственного анализа.

Этот фрагмент исследовать с позиций “общего”, т.е. выявить основную конструктивную “формулу”.

Определить последовательность таких “формул”.

Найти ее модификации в дальнейших проведениях.

Выявить наличие или отсутствие данного принципа в остальных блоках произведения.