

§1. Результаты поискового эксперимента

На первых этапах эксперимента конкретные экспериментальные данные накапливались в ходе анализа преподавания математики в таких учебных заведениях, где преобладающее большинство составляли учащиеся, со слабой мотивацией к обучению, с безразличным или негативным отношением к предмету. (В дальнейшем мы распространили эксперимент на классы с углубленным и расширенным обучением математике, а также на классы компенсирующего обучения).

1.1. Хронология эксперимента

С 1975 по 1980 годы эксперимент был сосредоточен в музыкальном училище и нескольких специализаций профессионально-технических училищ. Экспериментальная работа в этот период (1979-1989) проводилась учителями ПТУ и автором настоящего исследования. Ленинградские ПТУ выбирались по указанным выше признакам. Каждая группа в среднем состояла из 25 человек. Перечислим специализации экспериментальных групп:

- а) ПТУ №19, кулинарное, преп. М.С. Громыко и В.Н. Рыжик (2 года по 4 группы);
- б) ПТУ №31, слесари-авторемонтники, преп. Т.С. Случек (2 года по 2 группы);
- в) ПТУ №90, роспись по фарфору, преп. Т.И. Маляева (1 год 1 группа);
- г) Музыкальное училище, преп. Н.А. Резник (5 лет по 2 группы).

Чтобы поиск и проверка получаемых данных происходила наиболее эффективно, мы разделили первый период эксперимента на два подэтапа. Сначала в музыкальном училище г. Мурманска автором проводился опережающий поиск (1975-1979 г.), в ходе которого осуществлялись постановка и проверка локальных положений гипотезы, вырабатывались элементы целенаправленного развития “живого созерцания” на уроках математики. Каждый год обучалось

по две группы I курса в среднем по 25 человек. Новый материал, как правило, изучался в более сильной группе, а затем уточнялось воздействие средств его введения в более слабой. Регулярно проводились тестовые работы специального содержания. После этого испытываемый прием подвергался переработке, усовершенствованию с учетом поступивших от учащихся замечаний и предложений, качества выполненных ими проверочных работ. Таким образом, если в опережающем поисковом эксперименте участвовало 200 человек, то теперь он охватывал более 400 человек.

Создаваемые практические учебные материалы преобразовывались в специальные вспомогательные пособия для продолжения эксперимента в ПТУ (Ленинград). В числе таких материалов главную роль играли информационные тетради для учащихся и поурочные разработки для преподавателей. Информационные тетради темы “Параллельность прямых и плоскостей в пространстве” и раздела “Элементы векторной алгебры” предлагались на уроке каждому учащемуся. Поурочные разработки мы строили на сериях информационных блоков и традиционных практических упражнениях (темы “Простейшие уравнения и неравенства с модулями” и “Исследование функции по ее графику”). Проведенная работа позволила накопить много фактического материала, полученного на основе личных наблюдений и выводов преподавателей-экспериментаторов, результатов самостоятельных и контрольных работ учащихся. Итогом первого периода явилась формулировка гипотезы.

Второй период экспериментальной работы был связан с проверкой гипотезы о влиянии визуального мышления учащихся на их алгоритмическую культуру, умение переносить полученные знания в новую ситуацию, рост уровня поисковой деятельности.

Этот этап базировался на исследованиях, проводимых автором в музыкальном училище (1980-1986), на подготовительных вечерних курсах и в подготовительной группе дневного отделения Мурманского высшего инженерного морского училища им. Ленинского комсомола и преподавателями математики

Резник Н.А. Методические основы использования визуального мышления в математическом образовании школьника: дис. ... уч. ст. докт. пед. наук. – СПб., 1997. – 500 с.

ПТУ г. Ленинграда. Всего было охвачено более 700 человек. Основными методическими средствами в этот период служили информационные тетради и схемы, поисковые серии. На данном этапе мы стремились выстроить единую методику их использования и развития.

В сентябре 1987 года в плане НИР был начат эксперимент “Формирование и методическое обеспечение курса математики в системе “Школа-Лицей-ВУЗ”. На базе Мурманского морского лицея мы провели ряд исследований, также подтвердивших практически все положения гипотезы. Первый (поисковый этап) осуществлялся автором в 10-11 классах лицея (судоводительский и технологический классы, два года по 30 человек).

Все материалы, подготовленные в ходе его проведения, обрабатывались и передавались преподавателю этого же лицея Н.Г. Неделько, осуществлявшей их апробацию в трех классах (два года по 128 человек).

В этот же период эксперимент был распространен на восьмые классы того же лицея. К работе присоединились еще четыре преподавателя математики (Т.В. Яруткина, В.Н. Свинцов, А.Г. Мараков, Л.Б. Дехтяр).

Особое внимание было уделено созданию визуальных дидактических материалов для единого курса математики и формированию программы этого курса. Эти преподаватели работали в режиме эксперимента 3 года (15 классов по 30-31 человек).

В это же время началась работа с преподавателями школ города. Разработанные в лицее материалы апробировали учителя школы №28 г. Мурманска Н.В. Иванчук и Т.И. Шишова. Эксперимент проводился 3 года и охватывал ежегодно 4 класса по 25 человек в каждом.

К экспериментальной работе присоединились учителя математики школы №34 г. Мурманска (Е.А. Струнникова и М.В. Скрыбина) и Зверосовхозской средней общеобразовательной школы Кольского района Мурманской области (С.И. Литвиненко и С.В. Лысенкова). Кроме этого в группу эксперимента вошли все учителя математики школы №4 поселка Рослякова Североморского района

Резник Н.А. Методические основы использования визуального мышления в математическом образовании школьника: дис. ... уч. ст. докт. пед. наук. – СПб., 1997. – 500 с.

Мурманской области (всего 8 классов по 25 человек в среднем). Всего участвовало в эксперименте 12 классов в Зверосовхозской школе в среднем по 20 человек (6-10 классы) и 14 классов школы №34 в среднем по 20 человек (5-9 классы). Одновременно продолжалась работа в Мурманском морском лицее преподавателями математики Н.А. Резник, В.И. Катаровской, Н.Г. Неделько, Н.В. Иванчук, Т.М. Карасевой, Е.Б. Сверчкова, И.Т. Емелина, Т.Б. Яруткиной, Н.Г. Подобед.

В 1995-97 годах в эксперименте приняли участие преподаватели математики лицея №1 (Н.К. Жукова, Н.И. Яркова), учителя математики разных школ города и области (Т.В. Шубина, Г.Н. Калинина, С.И. Литвиненко, С.В. Лысенкова, Е.А. Струнникова и М.В. Скрябина, Н.Г. Скрипниченко, Т.В. Коротких, О.Б. Царева, Л.К. Ляпугина, И.Н. Дяденистова, А.В. Джумагалиева и другие). Всего в период с 1989 по 1997 год в эксперименте участвовало около 30 учителей математики. Кроме этого, начиная с 1995 года, к эксперименту присоединились учителя математики специальной школы-интерната для глухих и слабослышащих детей В.И. Удалова, Н.С. Бушманова, С.Я. Верещагина, Н.Н. Кузнецова. Таким образом, по самым скромным подсчетам (считая на преподавателя по 2 класса, в каждом из которых в среднем обучалось по 25 человек), за 8 лет приняло участие в эксперименте около 8 тысяч учащихся.

Экспериментальная работа осуществлялась в классах с различными уровнями подготовки (от электромеханического класса Мурманского морского лицея до класса компенсирующего обучения школы №34 г. Мурманска, преподаватель М.В. Скрябина). Общие тенденции влияния использования и развития визуального мышления в процессе обучения проявились достаточно четко.

Результаты экспериментальной работы мы оформили в виде учебных и учебно-методических пособий [144-149, 152-153], материалы которых были апробированы в перечисленных средних учебных заведениях Мурманской области. Отчет по результатам наших практических поисков мы реализовали в виде открытых уроков на областных и районных семинарах учителей Мурманской области. Первый областной семинар учителей математики был прове-

Резник Н.А. Методические основы использования визуального мышления в математическом образовании школьника: дис. ... уч. ст. докт. пед. наук. – СПб., 1997. – 500 с.

ден в Мурманском морском лицее в “Дни науки” Мурманского морского лицея в марте 1994 года. В апреле 1995 года мы провели второй семинар на базе трех средних учебных заведений. В 1996 году открытые уроки проводились в школах города Мурманска (лицей №1, школа №34) и в школах Кольского района Мурманской области (поселки Зверосовхоз и Мурмаши).

Была начата планомерная работа с преподавателями разных дисциплин школ г. Мурманска и Кольского района Мурманской области: Г.Н. Степанова (русский язык и литература), Т.А. Ахтарина, О.В. Осипова, Т.И. Мартынова (биология), И.А. Вецко (физика), В.О. Иванов, Г.А. Федотова (география), С.И. Андреева (сольфеджио и музыкальная грамота), Л.П. Шамонова, Е.Н. Тенюкова (химия), Т.Г. Иванова (начальные классы), Н.Н. Кузнецова (информатика), Ф.И. Сидорова (немецкий язык) и др. Всего в период 1993 по 1997 год в эксперименте приняло участие около 20 учителей различных школьных дисциплин. Некоторые из них также провели открытые уроки, которые вызвали большой резонанс. Присутствующие констатировали, что визуальные дидактические материалы обладают высокой эффективностью. С их помощью можно значительно повысить продуктивность школьного урока. Благодаря им учитель имеет возможность “увидеть и услышать” своих учеников, а ученик может (цитируем!) “много думать, но мало писать”. В 1996 году на материале этих открытых уроков была составлена и издана в Санкт-Петербургском издательстве «Свет» книга для учителей «Визуальные уроки», представляющая результаты эксперимента широкой общественности [150]. Примеры можно найти в приложении (с.459-500).

1.2. Поисковый эксперимент

Для экспериментальной проверки первой части гипотезы данного исследования (с. 9) мы выбрали два ведущих параметра развивающей функции обучения математике: развитие алгоритмического мышления и рост уровня поисковой деятельности учащихся. Кроме этого, мы добавили третий параметр – умение переносить полученные знания в новую ситуацию.

Два последних параметра не поддаются (по крайней мере, в настоящее время) количественному анализу. Это обусловливается трудностями, о которых пишет В.П. Зинченко: “Первая ... связана с чрезвычайной скудостью наших знаний о содержании, о фактуре и о лингвистике зрительных образов, эталонов и оперативных единиц восприятия ... Вторая трудность состоит в том, что крайне слабо разработаны объективные индикаторы осуществления высших психических функций, на основе которых оказалась бы возможной сравнительная оценка различных функциональных, в том числе и сенсорных, систем в процессе решения” [67, с. 32]. Поэтому для упомянутых параметров развивающей функции обучения математике мы создали специальные учебные ситуации, результаты реализации которых позволяют судить о правильности направлений наших исследований (с. 232-250).

Формирование алгоритмической культуры

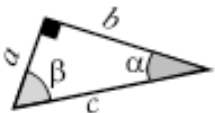
Наблюдения за формированием и ростом алгоритмической культуры обучаемых в результате внедрения визуальных приемов и средств преподавания математики планомерно и целенаправленно осуществлялись в экспериментальной группе дневного подготовительного отделения МВИМУ в 1988 году.

Общие установки обучения на этом отделении можно представить следующим образом: восстановление утраченных знаний, умений и навыков по курсу математики средней школы и подготовка к вступительному экзамену. Всего на отделении в пяти группах обучалось около 130 человек. Экспериментальная группа в основном состояла из лиц, окончивших ПТУ и прошедших срочную службу в Армии и на флоте.

Для выявления фактического уровня подготовки слушателей экспериментальной группы на первых занятиях были проведены проверочные работы, одну из которых мы представляем на рис. 84. Количество правильных ответов, данных на каждый вопрос, отражено в табл. 5.1.1. – уровень исходной подготовки слушателей по курсу математики 6-8 классов был довольно низок.

Работа по проверке остаточных знаний
по курсу математики за 5-7 классы
(МВИМУ, подготовительное отделение,
экспериментальная группа, 1988 г.)

1. Вычислить: $\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{5}$.
2. Сократить и записать ответ: $\frac{3 \cdot 5^3 \cdot 4}{2 \cdot 6 \cdot 5^3}$.
3. Подчеркнуть чему равно выражение $(a - b)^2$:
 а) $a^2 - 2ab - b^2$; б) $a^2 - b^2$;
 в) $a^2 + 2ab + b^2$; г) $a^2 - ab + b^2$.
4. В прямоугольном треугольнике обозначены углы и стороны. Записать соответствующими буквами обозначения:
 а) гипотенузы; б) катета, прилежащего углу α ;
 в) $\cos \alpha$; г) катета, противолежащего углу β ; д) $\operatorname{tg} \beta$.
5. Среди предложенных треугольников найти равнобедренные.
6. Большая стрелка часов передвинулась на 45° . Сколько прошло минут?
7. Определите, что получается в результате нахождения синуса заданного аргумента (угла):
 а) вектор; б) число; в) геометрическая фигура.



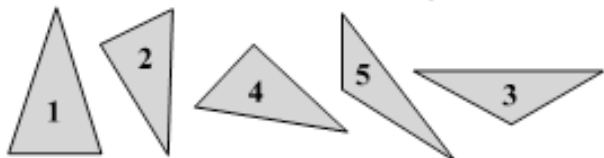


Табл.5.1.1. Результаты проверки остаточных знаний
по курсу математики 5-7 классы
(МВИМУ, подготовительное отделение,
экспериментальная группа, 1988 г.)

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7
Количество правильных ответов из 25	10	13	10	7	8	12	12

Рис. 84

В основу обучения слушателей экспериментальной группы была положена организация “живого созерцания” математической информации с упором на развитие навыков анализа структуры формульных и геометрических конструкций, визуального поиска решений задач и визуальных методов усвоения учебной математической теории. В связи с этим, образование навыков преобразований алгебраических выражений, нахождения решений тригонометриче-

ских, показательных и логарифмических уравнений и неравенств было как бы отодвинуто на второй план.

Работа по организации “живого созерцания” учебной математической информации была начата с первых же занятий. Усвоение и осознание приемов визуального анализа формульной информации шло чрезвычайно медленно, что значительно ухудшило показатели выполнения первой контрольной работы. Из 25 человек этой группы с ней не справилось 19. Слушатели остальных групп, в которых выработка навыков преобразований алгебраических выражений была начата с самого начала, написали 1-ю контрольную работу значительно лучше – в среднем по 8-10 неудовлетворительных оценок на группу.

Ситуация начала меняться, как только стало возможным в ходе обучения опираться на стандартные образы. К моменту предпоследней проверки (5-я работа), почти вся группа набрала необходимый темп обучения. Усвоение стандартных зрительных образов формульного и геометрического характера, образование навыков их применения и преобразования согласно условиям конкретной учебной задачи шло синхронно с изучением соответствующей теоретической части курса.

К этому времени слушатели более или менее овладели следующими навыками визуального анализа и поиска: уменьшение области исследования с последующим распространением результатов на весь массив данных, определение ориентира и подсказки путем нахождения “одинакового” и соответствующих стандартов, формирования догадки через анализ своеобразия отдельных блоков информационного сообщения, составления плана работы с предсказанием возможного вида конечного результата.

К примеру, рассматривая задание “Разложить на множители выражение: $x\sqrt{y+3}+y\sqrt{x+3}$ ”, слушатели в ходе “созерцания” определили: для того чтобы прийти к искомому результату, необходимо “убрать то, что мешает”. Произвели замену радикалов на символы и согласно этой замене осуществили рас-

шифровку – преобразование остальных элементов формулы (см. приложение, с. 420, рис. 170, внизу).

Постепенно мы пришли к достаточно сложным примерам из того же сборника. Приведем один из них: “Вычислить $\sqrt{13+30\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$ ”. Слушатели рассуждали следующим образом:

а) чтобы можно было вычислить, под каждым из радикалов необходим полный квадрат. Это умозаключение было получено путем сужения области исследования – рассмотрение всего выражения заменилось анализом “внутреннего» подкоренного выражения “ $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$ ”,

б) для выражения “наиболее вероятно, что $2ab = 4\sqrt{2}$. Число $4\sqrt{2}$ представляет два возможных разложения на множители типа $2ab : 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2}$ ”. Нужно проверить каждое из них и подходящее использовать в “погашении” этого радикала. Общая схема действий представлена на рис. 170 (см. приложение, с. 420, внизу, справа).

Отработка навыков решений тригонометрических уравнений из-за недостатка учебного времени была сведена до минимума. Однако, благодаря тому, что общие формулы их решений были получены в результате активного визуального поиска, количество соответствующих проверочных работ, выполненных на “4” и “5”, оказалось приблизительно равным с контрольными группами. Неудовлетворительных оценок данная группа получила меньше, чем остальные.

Практические навыки к теме “Показательные и логарифмические уравнения и неравенства” формировались параллельно с лекциями – вполне достаточно было напомнить результаты теории, чтобы сразу приступить к усвоению геометрических и формульных стандартов. Уровень визуального восприятия и анализа формул к этому времени был сформирован так, что многие предпочитали обходиться без промежуточных выкладок, сразу, когда это возможно, выходя на правильный ответ. Так, например, одним из слушателей было предложено устно

решать примеры типа: $\log_4 \log_3 \log_2 x = 0$, используя прием “погашения” элементов формулы: основание мысленно переводилось по правую сторону равенства с одновременным исключением из поля зрения соответствующего символа “log” (см. приложение, с. 422, рис. 172, в центре). При предъявлении очередного задания слушатели перестали сразу браться за авторучки, придерживаясь правила “дольше думать – меньше писать”. В результате удалось не только усвоить содержание данной темы, но и заняться повторением пройденного. На ряде специально составленных проверочных работ, мы убедились, что действительно “живое созерцание” слушателей формульной и геометрической информации стало значительно организованней и продуктивней. Многие из них могли составлять план необходимых преобразований, грамотно комментировать свои соображения и компактно оформлять свои выкладки.

Мы зафиксировали, как прокомментировал ход мысли слушатель экспериментальной группы (ПО74, МВИМУ, 1988 год) А. Стародубцев, решая у

доски пример: “Упростить $\frac{9b^{4/3} - a^{3/2} \cdot b^{-2}}{\sqrt{a^{3/2} \cdot b^{-2} + 6a^{3/4} \cdot b^{-1/3} + 9b^{4/3}}} \cdot \frac{b^2}{a^{3/4} - 3b^{5/3}}$ ”.

1. Вынесем общий множитель b^{-2} в числителе и знаменателе первой дроби. Тогда в числителе имеем произведение: $b^{-2} \cdot b^2 = 1$.

2. Остается: $\frac{9b^{10/3} - a^{3/2}}{\sqrt{b^{-2} (\quad)}} \cdot \frac{1}{a^{3/4} - 3b^{5/3}}$.

3. Возможно следующее:

а) под радикалом второй степени образуется полный квадрат, следовательно, получим модуль,

б) выражения “ $9b^{10/3} - a^{3/2}$ ” (в числителе первой дроби) и “ $a^{3/4} - 3b^{5/3}$ ” (в знаменателе второй дроби) сократятся по формуле сокращенного умножения.

4. По-видимому, полученный модуль должен сократиться с оставшимся выражением в числителе.

После зачисления абитуриентов на 1-й курс, мы проанализировали работы, выполненные слушателями всего подготовительного отделения. Экзаменационная работа состояла из следующих позиций: преобразование алгебраического выражения, решение стандартных тригонометрических, показательных или логарифмических уравнений, решение неравенств и стандартной стереометрической задачи. Основными параметрами сравнения были: рациональность решения и получение правильного конечного результата. Данные в процентном отношении отражены в табл. 5.1.2. (рис. 85).

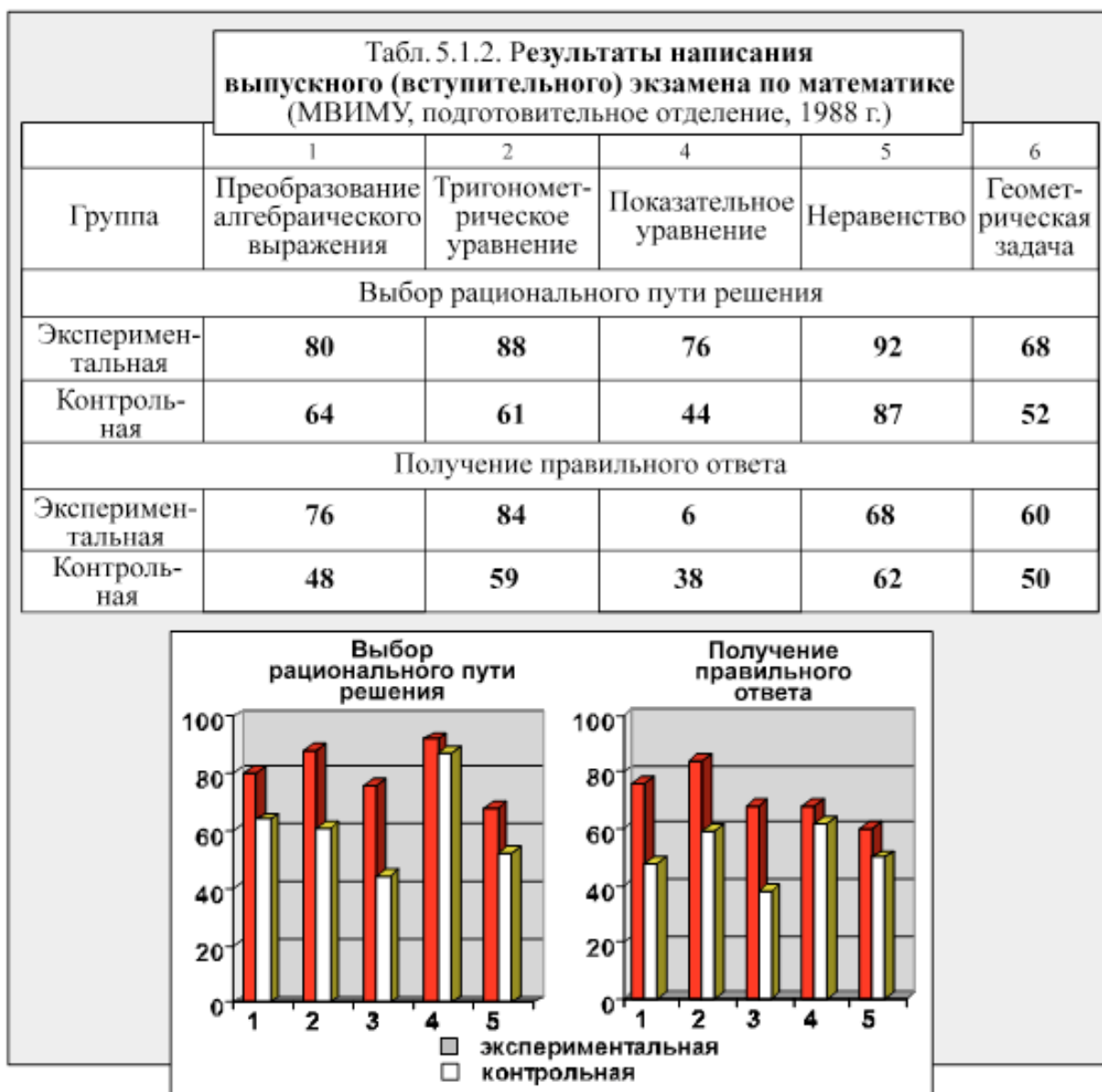


Рис. 85

Классификаторы

В ходе эксперимента мы постоянно проводили работы, позволяющие констатировать развитие визуального мышления учащихся. Приведем пример одной из них, составленной автором для 10-го класса в 1989 году. Подавляющее большинство учащихся этого класса имели за 9 класс среднюю оценку «3».

Мы пришли к выводу, что традиционное изучение, например, тригонометрических тем курса, не принесет желаемых результатов, поэтому работы в данном классе носили в большинстве своем поисковый (исследовательский) характер.

Мы намеренно “путали” порядок заданий, нарушая принцип «от простого к сложному». Учащиеся должны были самостоятельно регулировать свои возможности и время решения отдельного задания (рис. 86-87).

Каждый пункт этой работы оценивался в баллах так, чтобы можно было

- проследить количество мыслительных операций, осуществляемых при ее решении;
- выявить возможности каждого учащегося в их реализации, констатировать пробелы;
- фиксировать (численно) приращения в умении анализировать вербальную, формульную и геометрическую информации.

К примеру, пункты «Задания 1» оценивались в баллах следующим образом: позиция (1) – 2 балла, позиция (2) – 4 балла, позиция (3) – 5 баллов.

Представим соображения, которыми мы руководствовались при градуировке оценки этих позиций. 1-я задача самая легкая и требует только сопоставления модуля числа со значениями синуса в пределах первой окружности. Второе задание сложнее, для его выполнения необходимо присовокупить к уже использованным правилам знание свойства модуля числа $|x| = |-x|$ для любых x и согласовать наличие “ $-\cos x$ ” в равенстве $-\cos x = |-\cos x|$, что противоречит неотрицательности модуля числа. Третий пример связан с теми же трудностями,

поэтому увеличение количества баллов незначительно, однако особенности монотонного поведения тангенса могут остаться вне поля зрения решающего.

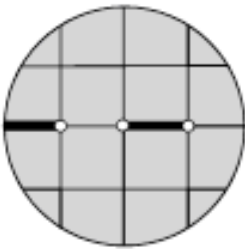
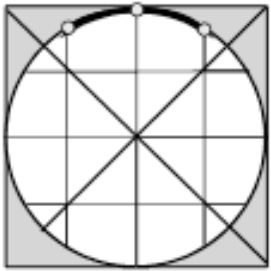
Исследовательская работа «ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ»	
ИНСТРУКЦИЯ. Задания можно не переписывать. Порядок выполнения заданий и количество выполненных пунктов к ним могут быть произвольными. Перед решением определенного пункта очередной задачи следует отмечать его номер. ПОЯСНЕНИЯ. <i>Тригонометрическая окружность</i> – это окружность с центром в точке O и радиусом, равным единице. <i>Косекансом</i> угла α называется функция $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$ Все задания рассматриваются для угла от 0 до 2π	ЗАДАНИЕ 4. На тригонометрической окружности отмечено множество точек, образующих заданное тригонометрическое неравенство. (10) Запишите формулу этого неравенства (11) Найдите решения данного неравенства 
ЗАДАНИЕ 1. Определите, при каких значениях x верно равенство (1) $\sin x = \sin x$ (2) $-\cos x = -\cos x$ (3) $-\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} x$ ЗАДАНИЕ 2. Найдите решения неравенства (4) $\sin x < \frac{1}{2}$ (5) $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ (6) $1 < \operatorname{tg} x < \sqrt{3}$	ЗАДАНИЕ 5. На тригонометрической окружности отмечено множество решений некоторых тригонометрических неравенств. Определите и запишите:  (12) формулу этих решений (13) неравенство с котангенсом, для которого данное множество является множеством решений (14) неравенство с синусом, для которого данное множество является множеством решений (15) неравенство с тангенсом, для которого данное множество является множеством решений
ЗАДАНИЕ 3. Запишите, как изменяется (7) $\cos \alpha$, если α убывает от π до $\pi/4$ (8) $\sin \alpha$, если α убывает от $3\pi/2$ до $4\pi/3$ (9) $\operatorname{tg} \alpha$, если α убывает от $2\pi/3$ до $5\pi/6$	ЗАДАНИЕ 6. Известно, что $\sin x + \cos x = k$ Найдите, чему равно (16) $\sin x \cdot \cos x$ (17) $\sin 2x$ (18) $(\sin x - \cos x)^2$ (19) $\sin^4 x + \cos^4 x$

Рис. 86

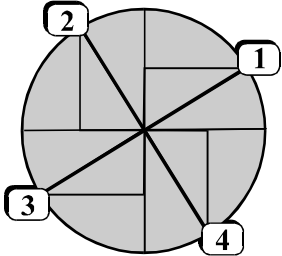
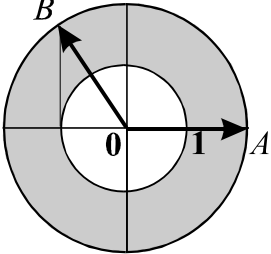
ЗАДАНИЕ 7. Дана функция $\operatorname{cosec} \alpha$ (20) Найдите значение $\operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{2} + 60^\circ \right)$ (21) Определите, как изменяется косеканс при возрастании угла от 0 до $\pi/2$ (22) Найдите область определения косеканса (23) Определите знак косеканса при $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2} \right)$	ЗАДАНИЕ 10. Для выражения $\sin^3 x \cdot \operatorname{tg}(-x) \cdot \cos x \cdot \operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} - x \right)$ (29) определите его знак при $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ (30) найдите его значение при $x = \frac{5\pi}{6}$ (31) найдите его значение при $x = \frac{11\pi}{6}$
ЗАДАНИЕ 8. Известно, что $\cos 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Найдите значение (24) $\operatorname{tg}(-2\alpha)$ (25) $\sin \alpha$ (26) $\operatorname{ctg} 4\alpha$	ЗАДАНИЕ 12. На рисунке построены четыре равных треугольника, меньший катет которых равен $1/2$, цифрами в рамках отмечены заданные углы. Запишите:  (34) в заданном порядке значения котангенсов этих углов (35) в порядке возрастания значения $\cos \boxed{1}; \operatorname{tg} \boxed{2}; \sin \boxed{3}; \operatorname{ctg} \boxed{4}$ (36) в порядке возрастания значения тангенсов этих углов (37) в порядке убывания значения функций $\cos(\pi - \boxed{1}); \sin\left(\frac{\pi}{2} + \boxed{2}\right); \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \boxed{3}\right)$
ЗАДАНИЕ 9. На рисунке изображен вектор $\vec{OB}$, образованный вращением вектора $\vec{OA}$ вокруг точки О. Определите и запишите  (27) какой угол должен описать вектор $\vec{OB}$, чтобы занять положение вектора $\vec{OA}$ (28) координаты векторов $\vec{OA}$ и $\vec{OB}$	ЗАДАНИЕ 13. Известно, что $\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}$ Запишите формулы: (38) $\operatorname{ctg}(\alpha - \beta)$ (39) $\operatorname{ctg} 2\alpha$ (40) $\operatorname{ctg}(60^\circ + \beta)$, если $\operatorname{ctg} \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Рис. 87

Благодаря такому классификатору мы смогли выявить пробелы в знаниях учащихся, уровень навыка работы с текстовой, формульной и геометрической информацией, их эвристические возможности и склонности. Все это было учтено в дальнейшем процессе обучения. Формирование поисковой деятельности,

“запрограммированное” подобными работами привело к положительным результатам: все учащиеся класса, несмотря на слабую исходную подготовку, поступили в высшие учебные заведения.

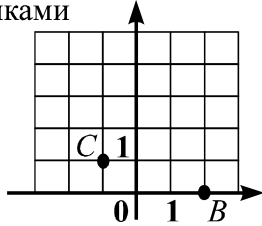
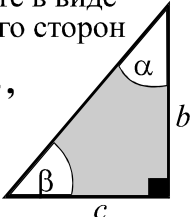
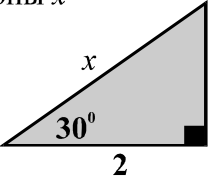
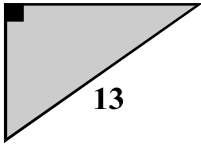
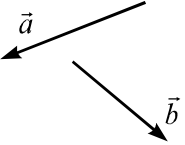
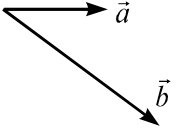
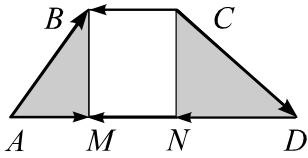
Работа на проверку остаточных знаний по теме «Векторы»					
1. Найти расстояние между точками B и C		2. Для заданного треугольника запишите в виде отношений его сторон $\sin\alpha, \cos\beta, \operatorname{tg}\beta, \operatorname{ctg}\alpha$		3. В заданном треугольнике определите длину стороны x	
					
4. Найдите неизвестную сторону треугольника x		5. Найдите $\sin 45^\circ$		7. Для заданной пары векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ постройте векторы $\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - \vec{b}$	
		6. Вычислите $\operatorname{tg} 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$			
8. Для заданной пары векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ постройте векторы $\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - \vec{b}$		9. Для заданной пары векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ постройте векторы $2\vec{b}$ и $\frac{1}{2}\vec{a}$		10. Найдите направленные отрезки, представляющие коллинеарные векторы.	
					

Табл.5.1.3. Контроль остаточных знаний учащихся 9-а класса (школа № 28 от 06.10.94 г.)					
Навыки анализа и преобразования визуальной информации				Вычислительные навыки (измерения геометрических объектов)	
Определение геометрических стандартов		Знание формульных стандартов (формул)		Нахождение (по формуле)	
по рисунку синуса и косинуса / тангенса и котангенса	21/18	значений функций важных углов	18	расстояния между двумя точками в координатах	14
суммы / разности векторов, имеющих общее начало	17/14	теоремы Пифагора	23	длин сторон прямоугольного треугольника	10
суммы / разности векторов, имеющих разные начала	16/12	координат точек / расстояния между двумя точками в координатах	22/20	значения тригонометрического выражения	15

Рис. 88

В начале октября 1994 года учителем-экспериментатором Н.В. Иванчук был проведен контроль остаточных знаний по геометрии (рис. 88) в 9-а классе школы №28 (г. Мурманск). В работу было включено 10 заданий по материалам тем «Теорема Пифагора», «Соотношения в прямоугольном треугольнике» и «Векторы», которые изучались по специальным визуальным пособиям [144-145].

По свидетельству учителя материалы данной работы (рис. 88) были предложены учащимся без предварительной подготовки и без предупреждения. Всего писало 24 человека. Проанализировав решения примеров, учитель фиксировал результаты, отраженные в табл. 5.1.3. В двух левых колонках даны результаты остаточных знаний по материалам, изучаемым в 8 классе. Правая колонка связана результатами вычислений, навыки которых формировались практически с первого класса школы.

Выводы очевидны: сохранение алгоритмов обработки визуально представленной учебной информации в долгосрочной памяти учащихся оказалось достаточно прочным.

1.3. Единство методов и разнообразие подходов

Готовясь к уроку, учитель ориентируется на базисную программу и рекомендуемое тем или иным авторитетом поурочное планирование. Как правило, это планирование “замкнуто” на прохождение определенного (строго ограниченного) круга понятий и их свойств. Изучив весь необходимый перечень, учащиеся приступают к следующим разделам, и, переходя от одного к другому, “теряют” полученные представления. Восстановление утраченных представлений не всегда проходит безболезненно. Противоречие между тем что “Это уже проходили” – со стороны ученика и “Почему же вы этого не знаете?” – со стороны учителя негативно влияет на отношение к предмету, создавая у некоторой части учащихся трудно преодолимый “тормоз” в обучении. В подобных случаях, на наш взгляд, полезно постоянно уделять внима-

ние восстановлению утраченных знаний и навыков, так, чтобы интерес к предмету поддерживался постоянно.

Мы полагали, что при обучении детей и подростков следует акцентировать внимание не на запоминании, а на конструировании определенного образа с тем, чтобы этот образ (и сопутствующие ему знания) быстро и легко восстанавливались, создавая непрерывную “канву” для освоения программного материала. Главным инструментом был постоянный учебный поиск. Рассматривая теоретический материал как *задачи*, учащиеся были освобождены от директивы “выучить и запомнить” – то, что в дальнейшем оказывалось “теорией”, в настоящий момент выступало всего лишь как очередное практическое поисковое задание.

Программа по математике восьмого класса общеобразовательной школы достаточно обширна, поэтому пробелы в знаниях, умениях и навыках учащихся ведут к тому, что их успешное обучение в старших классах становится затруднительным. При переходе в другую школу, лицей или гимназию такие ученики страдают особенно сильно. Они путаются в понятиях: противоположные и обратные числа, делимое и делитель, испытывают затруднения при нахождении и вынесении за скобки общего множителя, с ошибками применяют формулы сокращенного умножения, имеют нечеткое представление о степенях. Предшествующие неудачи обучения могут привести к тому, что им придется прервать обучение в выбранном заведении. Именно поэтому мы обратили серьезное внимание на проблему восстановления утраченных знаний и навыков.

Например, тема “Действия над алгебраическими дробями” занимает значительное количество времени в школьном курсе 7 и 8 классов. Тем не менее, значительная часть учеников постоянно путается и ошибается, огорчая учителя и получая за свою работу плохие оценки. Не помогает и то, что большинство задач школьных учебников ориентировано на периодическое восстановление и закрепление этих навыков. Проведем аналог. Бытует мнение, что «только многократно закрепленные навыки письма и чтения могут создать необходи-

мую основу для грамотного письма». На наш взгляд данное положение не совсем верно. Вспомним кадр из знаменитого «Ералаша» – сто раз писал «Ушел» в тетради, а в заключение на доске – «Пошел домой».

Две модели урока на восстановление утраченных знаний и навыков составлены для двух классов, резко отличающихся по уровню математической подготовки (учителя Н.В. Иванчук и И.Т. Емелина). Первый из них разработан для “слабого” класса, второй – для класса с учениками, имеющими достаточно прочные знания по курсу математики 8-летней школы. Естественно, что дидактическая направленность и методическое обеспечение этих уроков значительно отличались друг от друга.

При повторении и закреплении пройденного многие учителя, наряду со стандартными примерами, вводят задания повышенной сложности, ожидая определенного прироста умений и навыков. Однако в большинстве случаев этот прогноз не оправдывается. Повторение зачастую оказывается скучным, и ученики неохотно решают надоевшие им примеры и задачи. Из этих соображений второй комплект был составлен после того, как выяснилось, что даже у сильных учеников сокращение дробных выражений и применение формул сокращенного умножения постоянно вызывают затруднения.

В приложении на с. 469-470 представлены материалы, предназначенные для учеников, имеющих недостаточную «технику» алгебраических преобразований (рис. 219-220). Выделим два наиболее существенных момента этого урока. В каждом отдельном случае полезно обратить внимание на следующие вопросы: сколько примеров нужно решить? сколько действий нужно осуществить? можно ли устно решить этот пример? Тест №9 может оказаться весьма поучительным. Обычно ученики сначала подставляют цифры, а затем уже приступают к преобразованиям. Сравнив возможные пути решения, легко прийти к выводу: полезнее сначала упростить алгебраическую дробь, а затем уже находить ее значение при определенных условиях.

После непродолжительного самостоятельного изучения информационной страницы “Необычное произведение” (см. приложение, с. 471-472, рис. 221-222) ученикам предлагается приступить к тренажерам. Первый из них привлекает внимание к возможным сочетаниям выражений, внешне содержащих одни и те же числовые величины. Второй тренажер помогает увидеть возможность выражения n -факториал через $(n - 1)$ -факториал. Следующие упражнения (тренажер №3) закрепляют технику расшифровки нового символа и т.д. Дальнейшие упражнения позволяют перейти непосредственно к арифметическим действиям над алгебраическими дробями.

Обсудим визуальные материалы, разработанные специально для двух экспериментальных классов. “Вариации на одну тему” были продемонстрированы в марте 1995 года на двух уроках в 6-а «обычном» и 6-б «музыкальном» классах школы № 34 г. Мурманска (учитель Е.А. Струнникова). Разрабатывая визуальные уроки “Деление чисел с разными знаками”, мы ориентировались как на уровни математической подготовки класса, так и на их общий интеллект. На рис. 215-216 мы представляем материалы для музыкального класса, на рис. 217-218 – для 6-а (см. приложение, с. 465-468).

Эти уроки отличаются не только по уровню сложности применяемых визуальных дидактических материалов, но и по “профильному” подходу к этим материалам. Дело в том, что если в 6-а классе учатся дети, имеющие достаточно хорошую математическую базу и ориентированные (в большинстве) на продолжение обучения в старшей школе, то в 6-б классе картина совершенно иная. Это “музыкальный” класс – наряду с общеобразовательными дисциплинами его ученики с первого класса занимаются предметами, входящими в программу музыкальной школы. Время, отводимое на математические дисциплины, сильно сокращено, домашние задания приходится также задавать в сокращенном объеме. В результате основные математические навыки формируются недостаточно прочно.

Разработка визуальных уроков “Деление чисел с разными знаками”, осуществлялась с ориентацией на уровни математической подготовки классов и на их общий интеллект. Оба урока, имея общую структуру, состояли из следующих этапов: повторение правил умножения чисел с разными знаками; введение нового материала; формирование умений и навыков; обобщение. В обоих классах в начале урока были предложены информационные схемы. Однако дидактическая направленность в них была различной. На рис. 215 (см. приложение, с. 465) информационная страница “Умножение и деление чисел с разными знаками” представляет собой визуальную задачу, анализируя которую, ученики обсуждают переходы и заполняют пропуски. После проделанной работы эта схема превращается в их личный справочник, которым они имеют право пользоваться постоянно.

Информационная схема “Деление и умножение чисел с разными знаками” (см. приложение, с. 466, рис. 216) внешне более проста. Тем не менее, ученики должны сопоставить информацию, содержащуюся в ее блоках, осуществить переход от зрительного восприятия ее данных к абстрактному обобщению полученных результатов. “Параллельные” примеры, прилагаемые к этим схемам, также обладают различной направленностью и разным уровнем сложности. После проведения учебных исследований, приведших к определенному выводу, ученикам предлагается решить достаточно трудные задачи. У “музыкантов” 6-б класса акцент ставится на геометрическую интерпретацию производимых действий, в более сильном классе создается проблемная ситуация, которая разрешается на рис. 218 (см. приложение, с. 468, вверху).

Таким образом, основное инвариантное требование программы полностью соблюдается. Однако задачи, прилагаемые к этой схеме совершенно иные. Они имеют другое содержание и другой уровень, обладают иной “эмоциональной” направленностью. По свидетельству учителя: *«реакция детей на подобную форму работы положительна: “и писать мало и все перед глазами”*. *Практически с заданиями справляются все ... каждый может решить одну задачу бы-*

стрее, другую медленнее. Можно попросить помощи у учителя при решении трудной задачи».

Вопросы разноуровневого обучения в одном и том же классе волнуют современных учителей, поскольку такое обучение еще недостаточно обеспечено соответствующими дидактическими материалами. Здесь предлагается модель “двухуровневого” итогового занятия, реализованного в 1995 году в 9 классе Мурманского морского лицея (преподаватель Н.Г. Неделько). На практических занятиях данный класс делится на неравные по возможностям и математической подготовке группы. Поэтому материалы для урока были составлены так, чтобы каждая из них получила свой комплект задач (см. приложение, с. 481-482, рис. 231-232).

В обоих вариантах имеются “параллельные” задания. Так, например, “Задача о дельфинах” отличается видом, оформлением и уровнем сложности вопроса к ней. В первом (более легком варианте) список ответов “наталкивает” учащегося на правильный ход мысли, во втором – все преобразования учащийся должен осуществить совершенно самостоятельно, ориентируясь только на образ квадратичной функции, представляющей траекторию прыжка животного. Задачи “Посмотрите и определите” также не совпадают: в одном случае нужно проанализировать хорошо известный образ параболы, во втором – следует провести серьезный и глубокий анализ формулы, позволяющий определить новые свойства квадратичной функции и т.д.

Модели уроков преподавателей того же лицея Е.Б. Сверчковой (урок А) и Т.М. Карасевой (урок Б) демонстрируют разнообразие учительских взглядов и склонностей при прохождении одной и той же темы.

В основу урока А “Решение квадратного уравнения с модулем” положены анализ и преобразование формулы, определение ОДЗ для переменной в выражении с модулем (рис. 13.18) и построение алгоритма решения квадратного уравнения с модулем (см. приложение, с. 477-478, рис. 227-228).

Урок **Б** «Влияние параметров функции на преобразование ее графика» (преподаватель Т.М. Карасёва) начинается с повторения.

Ориентируясь на одноименную информационную схему, нужно выполнить тест (см. приложение, с. 441, рис. 191), который позволяет эффективно проверить, насколько хорошо ученики ориентируются в значениях параметров функции. Структура данного теста предполагает две задачи: проанализировать формулу и график квадратичной функции.

Задания “Посмотрите и определите”, построенные на едином зрительном образе, предназначены для закрепления, позволяют четко разграничить понятие функции и ее графика, формировать умение находить аналитическое задание квадратичной функции по ее визуальному образу, составлять уравнение оси симметрии и исследовать функцию на монотонность. Задача “Посмотрите и запишите”, посвящена поискам формулы кусочно-непрерывной функции по ее графику. На следующем этапе решаются задания серии. (см. приложение, с. 479, рис. 229). В завершение урока, при выполнении заданий матрицы, отрабатываются практические навыки (см. приложение, с. 480, рис. 230).

Лабораторные работы

Не секрет, что многие современные дети, пристрастившиеся к телевидению и компьютерам, не читают и не хотят читать. Великолепные книги классиков прошлых времен им неинтересны, – не хватает общей культуры и интеллекта. Еще более остро обстоит дело с чтением учебной и специальной литературы. Пассивность школьников можно “погасить” вовлечением их в активный мыслительный процесс, материалом для которого могут служить различного вида проблемные ситуации, деловые игры и лабораторные работы, основанные на образцах специальной и популярной литературы. Одним из возможных путей преодоления негативного отношения наших учеников к чтению может явиться вспомогательное средство – визуализация отдельных фрагментов учебного текста. В качестве примера предлагаем выдержки из книги “Выгода и начала анализа”. Иллюстрации к тексту заменены специ-

альным комплектом (см. приложение, с. 487-488, рис. 237-238), на основе которого строился “бумажный” сценарий соответствующего визуального урока, реализованного преподавателем математики Мурманского морского лицея Т.В. Яруткиной в 1994 году [24].

“ ... Мы ... будем считать выгоду начальным понятием, не требующим определения ... будем использовать условную денежную единицу –... воарт (*ва*).

1.1. Группа старшеклассников решила заняться бизнесом по розничной продаже ... сигарет “Угроза здоровью”. Оптовая закупка ... производится ... по цене $P_o = 30$ *ва* за одну пачку. Экспериментально установлена зависимость между розничной ценой пачки сигарет и количеством пачек, продаваемых в день. ... Суточную выручку найдем как произведение $p_k n_k$, себестоимость ... товара – как произведение $p_o n_o = 30 n_k$, ... чистую прибыль в сутки ... как разность между доходом и себестоимостью: $\Pi_k = p_k n_k - p_o n_k$... Оптимальная розничная цена, ... находится ... в окрестности **60** *ва* ... Построим график зависимости суточной прибыли от розничной цены: $\Pi = \Pi(p)$... Наибольшую суточную прибыль дает продажа в розницу примерно по **68-70** *ва* за пачку “Угрозы”. Это решение получено графочисленным методом.

1.2. Попробуем найти аналитическое решение ... Построим график зависимости количества продаваемых пачек сигарет в сутки от их розничной цены $n = n(p)$... уравнение прямой линии. Будем искать его в виде $n = kp + b$ (1.1). Подставив, например, координаты точек M_1 и M_4 в формулу (1.1) ... получаем: $n = -3/2p + 160$ (1.2.) ... Точки M_0 и M_5 на графике (см. приложение, с. 488, рис. 238) имеют определенный экономический смысл (какой?). Подставив в систему координаты точек M_2 и M_3 , убеждаемся, что эти точки также принадлежат прямой, обращая

уравнение (1.2) в тождество. Чистая дневная прибыль составляет разность между дневной выручкой и дневной себестоимостью ... суточная прибыль меняется по параболическому закону. Ее график – парабола “рожками” вниз. Найдем максимум функции Π : $\Pi' = -3p + 205 = 0$;

$p = p_{opt} = \frac{205}{3} = 68\frac{1}{3}$ (ва/шт)., максимальная прибыль составляет:

$$\Pi_{\max} = -\frac{2}{3}\left(\frac{205}{3}\right)^2 + 205 \cdot \frac{205}{3} - 4800 = 2204\frac{1}{6} \quad (1.3).$$

Если округлить оптимальную розничную цену до **68 ва**, то прибыль в сутки составит $-\frac{2}{3}68^2 + 205 \cdot 68 - 4800 = 2204$ ва. Потеря невелика.

1.3. ... Что произойдет с оптимальной ценой, если удастся снизить себестоимость ... товара? ... Пусть ... новая оптовая цена пачки сигарет ... **10 ва/шт.** ... Закономерность (1.2) ... сохранилась ... Поэтому чистая прибыль в сутки теперь составит

$$\Pi = p\left(-\frac{3}{2}p + 160\right) - 10\left(-\frac{3}{2}p + 160\right) = -\frac{3}{2}p^2 + 175p - 160 \text{ ва/сут.}$$

Решив уравнение $\Pi' = 0$, получим новую оптимальную цену $\frac{175}{3} = 58\frac{1}{3}$ ва/шт ... Этой ... цене соответствует новая максимальная суточная прибыль: $\Pi_{\max} = 3504\frac{1}{6}$ (ва/сут) ... Покупатель ... платит $58\frac{1}{3}$ ва вместо $68\frac{1}{3}$ ва ... Суточная прибыль выросла от $2204\frac{1}{6}$ ва/сут до $3504\frac{1}{6}$ ”.

За короткий срок (два школьных урока) лицеисты убедились, что максимальная прибыль не зависит от цены товара, устанавливаемой по желанию продавца. Выполнив данную лабораторную работу, они поняли также, что исследование функции с помощью производной, результативнее, чем привычные графочисленные методы.

Диапазон материалов, на основе которых можно организовать учебные исследования с сопутствующими полезными результатами, достаточно широк. Приведем конкретный пример.

Многие учащиеся 10-11 классов затрудняются в нахождении производной и первообразной степенной функции. Причин этому множество: низкая техника преобразования алгебраических дробей, отсутствие навыков вынесения целого за знак радикала, неумение применять готовую формулу и т.д. На основе объединенной таблицы «Производная–функция–первообразная» можно организовать учебные исследования, приводящие к расширению этого справочника (см. приложение, с. 445-446, рис. 195-196).

Работа учителей

Новые «инструменты» преподавания, обеспечивающие проведение визуального урока, требуют нового подхода – смены акцента в преподавании различных дисциплин. Смена акцента в обучении необходима еще и потому, что в последнее время наблюдается усиливающий рост несогласования математической подготовки учащихся с содержанием различных дисциплин (см. с. 25 и с. 48) – отсутствие учета знаний и навыков учащихся приводит к непродуктивному обучению. Например, черчение введено в учебные планы 7-х и 8-х классов школы, тогда как программа этого предмета построена фактически на материале геометрии 9-11 классов. Естественно, что обучение построению проекций пространственных объектов проходит вхолостую и т.д.

На уроках химии 8-го класса ученики начинают составлять уравнения химических реакций. Методика нахождения коэффициентов в уравнениях реагирующих и получающихся веществ основана на определении наименьшего общего кратного. В то же время преподаватели химии практически не используют эти понятия в своих объяснениях, в результате учащиеся затрудняются в составлении уравнений. Все материалы к конкретным урокам изготавливались автором исследования строго по заказу учителя, участвующего в эксперименте. После проведения занятия, результаты их применения обсуждались и коррек-

тировались совместно группой учителей, ведущих данный предмет в других школах. В результате выявилось еще одно направление нашего исследования – коллективное творчество учителей различных школ. Несмотря на то, что данный вопрос выходит за рамки данного исследования, ниже (и в приложении) мы предлагаем образцы педагогического творчества с краткими комментариями учителя, заказавшего и реализовавшего соответствующий блок.

Для начала приведем выдержки из отчета молодого учителя сельской школы Т.Г. Ивановой (уроки в 4 классе по темам “Величины” и “Глагол прошедшего времени”, см. приложение, с. 459-462, рис. 209-212).

«Принцип наглядности в обучении является ведущим в начальной школе. При обобщении, повторении темы визуальные задания помогли объединить обширный по объему теоретический материал в одну информационную схему, углубить знания. Из всего материала перед учениками возникла единая картина с основными понятиями. Материал запомнился очень хорошо. Особенно удачным оказалось то, что и обобщение, и закрепление прошло быстро, продуктивно и никто “не потерялся”, все работали на одном дыхании. Последующая проверка знаний показала, что материал по теме “Величины” усвоен прочно. С контрольной работой справились все в классе, в котором без 2-3 двоек никогда не обходилось. Учащиеся были очень довольны и, когда на следующих уроках необходимо было вспомнить величины, они делали это быстро и уверенно, будто картинка вставала перед глазами. На уроке русского языка визуальные задания использовались при изучении нового материала по теме “Глаголы прошедшего времени”. И теперь перед глазами учеников были знакомые упражнения (тренажеры, серии и т.п.), которые подготовили детей к самостоятельным выводам о признаках, способе образования и правописании глаголов прошедшего времени. Большой объем информации не расплывался, не терялся в процессе урока, а постоянно находился перед глазами. Это облегчает процесс учения, и дети особенно это ценят”.

На следующий год в 5-м классе подобная работа в данном классе продолжалась на уроках математики и русского языка. Учитель Г.Н. Степанова провела тему «Род имени существительного» полностью по визуальным комплектам, фрагменты которых даны в приложении на с. 388, 393, 294.

«Работа идет очень быстро. Ученики учатся анализировать и классифицировать орфографические, морфологические правила. Происходит и фронтальная проработка изучаемого материала. Упражнения с рисунками помогают развивать логическое мышление, память, хорошо усвоить изучаемое.

Визуальные уроки по русскому языку позволяют решать проблему формирования грамотной устной и письменной речи. С самостоятельной работой справились на “4” и “5” почти все ученики. Вот отзывы пятиклассников: “Я сегодня хорошо запомнила все, что мы изучали, потому что интересные были тренажеры и рисунки” (М. Лукьянова). “Я посмотрел на задание с рисунками повара и легко запомнил и род, и число имени существительного. Рисунок один, а существительных много. Повар – м. р., 2 скл., ед. ч.; шляпа – ж. р., 1 скл., ед. ч. и т.д.” (Д. Малец)».

Аналогичные примеры к урокам немецкого языка также можно найти в приложении на с. 394, 398, 401, 402, 409, 410, 418 к урокам химии и биологии – на с. 489-494.

“Неудачи обучения”, связанные с непониманием или незнанием основных принципов состава и строения химического вещества, могут явиться причиной негативного отношения к предмету. Это становится наиболее очевидно, когда учитель сталкивается с ситуацией, столь типичной для сельской школы: в одном и том же классе обучаются дети с большой разницей в интеллекте и умственных способностях.

Учителями разных школ (Л.П. Шамоновой и Е.Н. Тенюковой) были составлены дидактические материалы к нескольким темам курса химии 8-го класса. При их разработке мы уделили особое внимание следующим моментам:

формирование навыков составления химических формул;
акцент на существенных отличиях конкретного вещества от других;
возможность применения в быту;
техническое (производственное) использование;
ограничение применения для безопасности жизнедеятельности живых организмов.

Данные материалы позволили учителям за время, отведенное программой, осветить широкий круг вопросов, получить данные о практических знаниях учеников, подчеркнуть особенно важные моменты, углубить и расширить содержание темы (см. приложение, с. 489-492, рис. 239-242).

Отметим, что классификация визуальных заданий, примененных нами на уроках различных дисциплин, в точности совпадает с их классификацией, введенной нами во второй главе исследования. Принципы их построения, дидактическая направленность, методическое назначение, особенности структуры были сохранены безо всяких затруднений. В результате, в тех классах, где подобные материалы шли параллельно на нескольких предметах, наблюдалась быстрая адаптация учеников к новым условиям урока.

Продемонстрируем общность идей использования визуальной среды при обучении дисциплинам различных предметных областей. В приложении на рис. 245 представлена серия, являющаяся практическим приложением (упражнением) к информационной странице «Построение натурального минора» (см. приложение, с. 495).

Эта серия (как и серия на рис. 27, с. 106) состоит из нескольких задач с одним общим условием. Первое задание самое легкое, остальные постепенно усложняются.

В первом задании ученик должен всего лишь «сохранить» знак альтерации (фа #), перенести его в правый нотный стан. Второй пример также не очень сложен – правильное построение «параллели» для до мажора обеспечено первой (выставленной справа) ступенью минора. Условие третьей задачи является

комбинацией предыдущих – нужно выписать все ступени гаммы и выставить соответствующие знаки альтерации у 2-й и 6-й ступеней минора. Четвертое задание сложнее. Ключевые бемоли и I-я ступень заданного лада (слева) дают возможность определения тональности (си бемоль мажор), ориентируясь на которую, учащийся должен выполнить общее задание серии. Последнее задание самое трудное, дается всего лишь один ориентир – три ключевых диеза. Учащийся должен определить наименование тональности, выписать ее ступени, построить параллельный минор с сопутствующими ключевыми знаками альтерации.

Проведем очередное сопоставление.

Построение различных интервалов от одной и той же ноты, одного и того же интервала от разных ступеней гаммы, определение количественной и качественной величины заданного интервала довольно часто затруднительно для учеников средних классов музыкальных школ. В приложении на рис. (см. с. 105-108, вверху) помещены блоки серий 1-го и 2-го вида, посвященных важному разделу музыкальной теории (сравнить с рис. 27-28 на с. 106-107).

Приведем еще примеры.

Дети, занимающиеся музыкой, сталкиваются с понятием дроби на первых же школьных уроках и в подготовительных группах (на нем основаны различные длительности, структуры мажорного и минорного ладов). Разработав соответствующую информационную схему и «узаконив» постоянное ее применение, можно помочь воспринять и усвоить понятия на интуитивном уровне (см. приложение, с. 380, рис. 130).

Не меньше затруднений возникает у учащихся музыкальных школ при знакомстве с так называемыми характерными интервалами. Визуализация отличий в качественном составе (количестве полутонов) большой и увеличенной секунд поможет учащимся музыкальных школ при изучении данного раздела музыкальной теории. Приобретение умений и отработка навыков в составлении, определении и нахождении интервалов и аккордов приобретается

при выполнении визуальных заданий с сопутствующим их озвучиванием, что предусмотрено в содержании визуальных блоков (см. приложение, с. 497-500, рис. 247-250).

В качестве модели (и для очередного сопоставления) рассмотрим схему «Обращения тонического трезвучия», посвященную одному из центральных вопросов курса музыкальной теории – общему алгоритму построения обращений трезвучий в различных тональностях (рис. 89). Анализ данной схемы проведем по аналогии с разбором схемы «Чтение графика функции» (с. 91, рис. 20).



Рис. 89

Данная схема состоит из трех больших блоков, два из которых расположены параллельно (по диагонали). Левый блок, включающий нотные станы, ключевые знаки, нотную и буквенную запись аккордов, имеет различные дополнительные средства для усиления зрительного восприятия его содержания: текстовые надписи и стрелки-указатели. Правый диагональный блок оформлен иным образом, что зрительно позволяет отделить его, подчеркнуть его собственное значение. Он как бы свертывает подробное представление формируемого алгоритма, – переводит его содержание в соответствующий текст. Третий блок этой схемы (внизу) представляет собой набор конкретных примеров, позволяющих еще раз быстро и кратко обобщить предлагаемый материал.