

ПРИЛОЖЕНИЕ III

**Организация
группового и индивидуального
поиска**

Анализ

$$\frac{\frac{a-b}{a+b}x + \frac{a-b}{a+b}y}{\frac{a-b}{a+b}m - \frac{a-b}{a+b}n}$$

Решение

$$\frac{\frac{\cancel{a-b}}{a+b}x + \frac{\cancel{a-b}}{a+b}y}{\frac{\cancel{a-b}}{a+b}m - \frac{\cancel{a-b}}{a+b}n} = \frac{x+y}{m+n}$$

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 + \vec{a}_2 &= (x_1; y_1; z_1) + (x_2; y_2; z_2) = \\ &= (\underbrace{x_1}_{\vec{i}} + \underbrace{y_1}_{\vec{j}} + \underbrace{z_1}_{\vec{k}}) + (\underbrace{x_2}_{\vec{i}} + \underbrace{y_2}_{\vec{j}} + \underbrace{z_2}_{\vec{k}}) = \\ &= (\underbrace{x_1}_{\vec{i}} + \underbrace{x_2}_{\vec{i}}) + (\underbrace{y_1}_{\vec{j}} + \underbrace{y_2}_{\vec{j}}) + (\underbrace{z_1}_{\vec{k}} + \underbrace{z_2}_{\vec{k}}) = \\ &= (\underbrace{x_1 + x_2}_{\vec{i}}) + (\underbrace{y_1 + y_2}_{\vec{j}}) + (\underbrace{z_1 + z_2}_{\vec{k}}) = \\ &= (\underbrace{x_1 + x_2}_{\vec{i}} ; \underbrace{y_1 + y_2}_{\vec{j}} ; \underbrace{z_1 + z_2}_{\vec{k}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 + \vec{a}_2 &= (x_1; y_1; z_1) \quad \boxed{\pm} \quad (x_2; y_2; z_2) = \\ &= (\underbrace{x_1}_{\vec{i}} + \underbrace{y_1}_{\vec{j}} + \underbrace{z_1}_{\vec{k}}) \boxed{\pm} (\underbrace{x_2}_{\vec{i}} + \underbrace{y_2}_{\vec{j}} + \underbrace{z_2}_{\vec{k}}) = \\ &= (\underbrace{x_1}_{\vec{i}} \boxed{\pm} \underbrace{x_2}_{\vec{i}}) + (\underbrace{y_1}_{\vec{j}} \boxed{\pm} \underbrace{y_2}_{\vec{j}}) + (\underbrace{z_1}_{\vec{k}} \boxed{\pm} \underbrace{z_2}_{\vec{k}}) = \\ &= (\underbrace{x_1 \pm x_2}_{\vec{i}}) + (\underbrace{y_1 \pm y_2}_{\vec{j}}) + (\underbrace{z_1 \pm z_2}_{\vec{k}}) = \\ &= (\underbrace{x_1 \pm x_2}_{\vec{i}} ; \underbrace{y_1 \pm y_2}_{\vec{j}} ; \underbrace{z_1 \pm z_2}_{\vec{k}}) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 < b < 1 \\ D(y): \log_b x > 0 \\ x > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Downarrow \\ D(y): 0 < x < 1$$

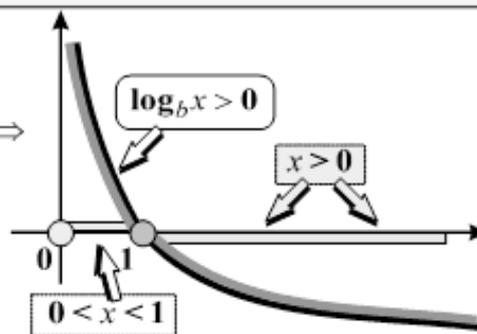


Рис. 169

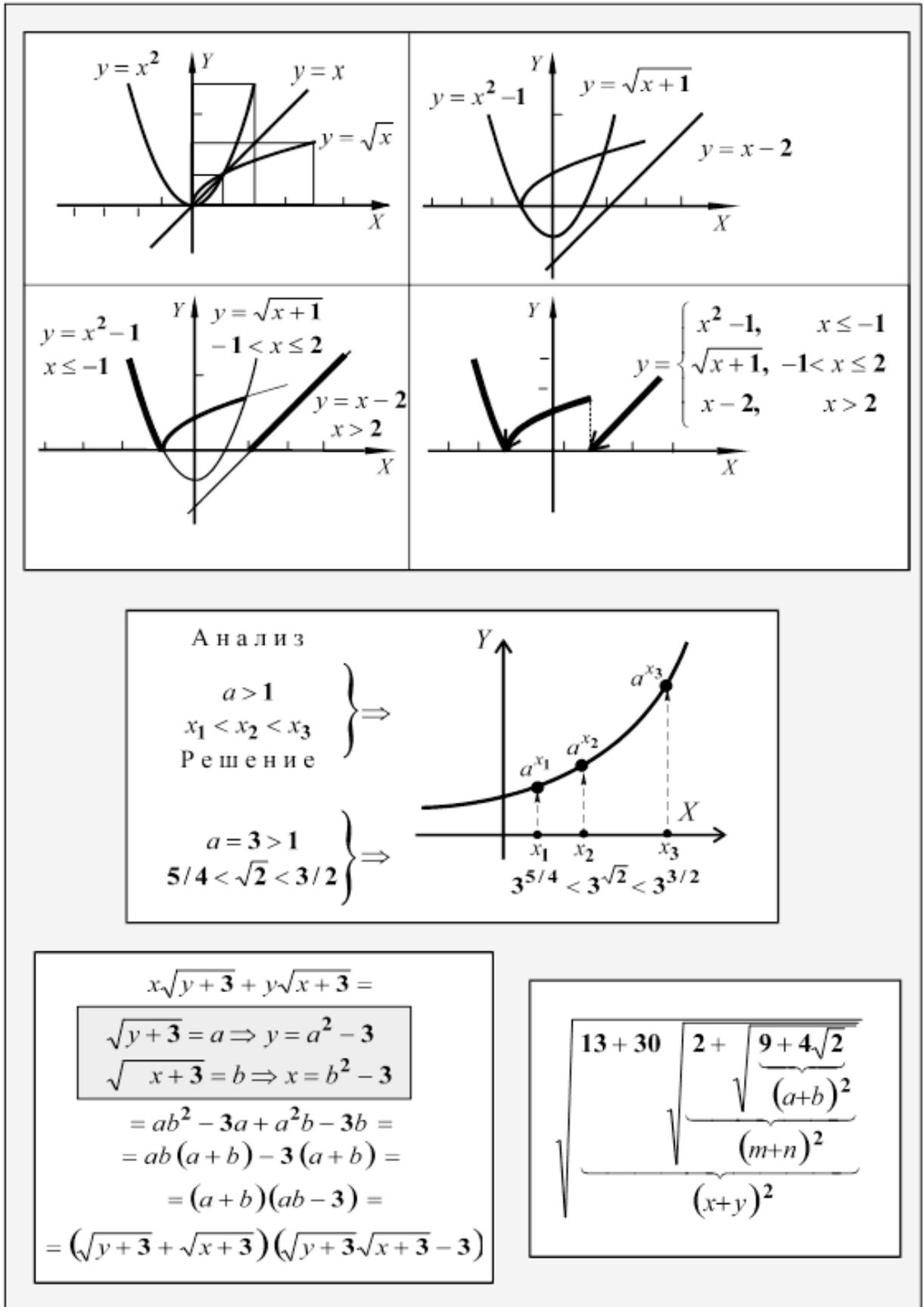


Рис. 170

$f(\bullet) = 3^{\bullet};$ $g(\bullet) = 2(\bullet) - 1;$ $p(\bullet) = \ln(\bullet)$		$f(\bullet) = 3^{\bullet};$ $g(\bullet) = 2(\bullet) - 1;$ $p(\bullet) = \ln(\bullet)$	
а) $f[g(x)] =$ $= 3^{[2 \cdot (x) - 1]}$	б) $f[p(x)] =$ $= 3^{[\ln(x)]}$	в) $p[f(x)] =$ $= \ln[3^{(x)}]$	
е) $g[f(x)] =$ $= 2 \cdot [3^{(x)}] - 1$	д) $g[p(x)] =$ $= 2 \cdot [\ln(x) - 1]$	з) $p[g(x)] =$ $= \ln[2 \cdot (x) - 1]$	

I II III $f\{g[p(x)]\}$	① ② ③ $(f\{g[p(x)]\})' =$ ① $f'\{g[p(x)]\}$ ② $\cdot g'[p(x)] \cdot$ ③ $p'(x)$	Правило нахождения производной сложной функции															
Отсчет функций для нахождения производной сложной функции																	
Восстановите скобки и определите порядок нахождения производной	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">1</td> <td style="width: 80%;">$y = \cos^2 \sin x$</td> <td style="width: 10%;">1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>$y = \sin \cos^2 x$</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>$y = \cos \cos x^2$</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>$y = \sin^2 \sin^2 x$</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>$y = \sin^2 \cos^2 x^2$</td> <td>5</td> </tr> </table>	1	$y = \cos^2 \sin x$	1	2	$y = \sin \cos^2 x$	2	3	$y = \cos \cos x^2$	3	4	$y = \sin^2 \sin^2 x$	4	5	$y = \sin^2 \cos^2 x^2$	5	Найдите производную
1	$y = \cos^2 \sin x$	1															
2	$y = \sin \cos^2 x$	2															
3	$y = \cos \cos x^2$	3															
4	$y = \sin^2 \sin^2 x$	4															
5	$y = \sin^2 \cos^2 x^2$	5															

$f(x) = x^2$ $g(x) = \cos x$ составьте функцию y	По заданным функциям $f(x)$ и $g(x)$ таких, что	Тест
$y = f[g(x)]$	По заданной функции $f(x) = \text{ctg} x$ составьте функцию	Преобразуйте заданную функцию к виду $y = A \cdot f(k \cdot x + p) + B$
$y = g[f(x)]$	$2f(x) + 1$ [1] $f(2x) + 1$ [2] $f(2x + 1)$ [3] $2f(x + 1)$ [4] $f(x + 1) + 2$ [5]	$y = \frac{1}{2x}$ $y = 2\frac{1}{x} + 3$ $y = \frac{3}{x} + 2$ $y = \frac{2x + 3}{x}$ $y = \frac{2}{3x + 2} + 1$
$y = f[f(x)]$		По заданной функции $f(x) = 3x - 2$ составьте функцию
$y = g[g(x)]$		$f(x) - 2$ [1] $f^2(x)$ [2] $f(x^2)$ [3] $(f(x) - 2)^2$ [4] $f^2(x^2)$ [5]

Рис. 171

Найдите число

$$\begin{aligned}
 & \left| - \left| - \left(2 \cdot \left| - \left(3 \cdot \left| - \left(4 \cdot \boxed{-5} \right| \right) \right| \right) \right| \right| \right| = \\
 & = \left| - \left| - \left(2 \cdot \left| - \left(3 \cdot \left| - \left(4 \cdot \boxed{5} \right| \right) \right| \right) \right| \right| \right| = \\
 & = \left| - \left| - \left(2 \cdot \left| - \left(3 \cdot \boxed{5} \right) \right| \right) \right| \right| = \\
 & = \left| - \left(2 \cdot \boxed{} \right) \right| = \\
 & = \boxed{-5}
 \end{aligned}$$

Пример – серия

$$\begin{aligned}
 \log_4(2 \cdot \log_3(1 + \log_2(1 + 3 \cdot \log_2 x))) &= 1/2 \\
 \uparrow \\
 2 \cdot \log_3(1 + \log_2(1 + 3 \cdot \log_2 x)) &= 4^{1/2} \\
 \log_3(1 + \log_2(1 + 3 \cdot \log_2 x)) &= 1 \\
 \uparrow \\
 1 + \log_2(1 + 3 \cdot \log_2 x) &= 3^1 \\
 \log_2(1 + 3 \cdot \log_2 x) &= 2 \\
 \uparrow \\
 1 + 3 \cdot \log_2 x &= 2^2 \\
 3 \cdot \log_2 x &= 3 \\
 \log_2 x &= 1 \\
 \uparrow \\
 x &= 2^1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} &= \\
 = -\log_2 \log_2 2^{\frac{1}{8}} &= \\
 = -\log_2 \frac{1}{8} &= \\
 = -\log_2 2^{-3} &= \\
 = -(-3) &= 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \log_{\pi} \operatorname{ctg} 0,25\pi &= \\
 = \log_{\pi} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} &= \\
 = \log_{\pi} 1 &= \\
 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x - 3\sqrt{xy} + 2y &= (\sqrt{x})^2 - 3\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + 2(\sqrt{y})^2 = \\
 \text{одинаковые элементы} & \quad \text{квадраты элементов} \\
 \text{(подсказка)} & \quad \text{(подсказка)} \\
 &= (\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + (\sqrt{y})^2 - \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + (\sqrt{y})^2 = \\
 \text{формула сокращенного умножения} & \\
 \text{(формульный стандарт)} & \\
 &= (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 - \sqrt{y} \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) \\
 \text{одинаковые элементы} &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &> 0 \\
 y &> 0
 \end{aligned}$$

Рис. 172

1
ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

b

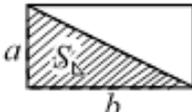
a
 S_{\square}

$S_{\square} = a \cdot b$

Площадь прямоугольника равна произведению длин его неравных сторон



$\triangle_1 = \triangle_2$
диагональ прямоугольника делит его на равные прямоугольные



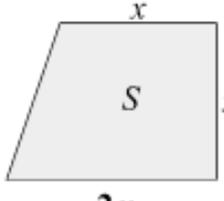
$S_{\triangle} =$

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин его катетов

ПРИМЕР

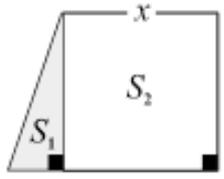
В прямоугольной трапеции верхнее основание и высота равны и в два раза меньше длины нижнего основания. Найдите высоту трапеции, если ее площадь равна 6

Анализ



$S = 6 \implies x = ?$

Решение



$S_{\text{тр}} = S_1 + S_2 =$
 $= \frac{x^2}{2} + x^2 =$
 $\frac{3x^2}{2} = 6 \implies$

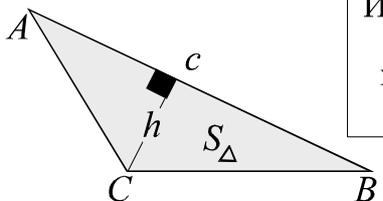
Рис. 173

423

2
ПЛОЩАДЬ ТУПОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

ЗАДАНИЕ Найдите формулу площади тупоугольного треугольника, если известны его основание и высота

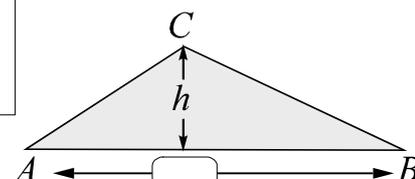
Информация



Известна формула площади прямоугольного треугольника

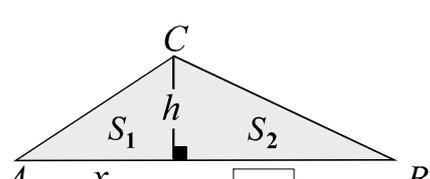
Найти: $S_{\Delta} = ?$

Перевод



Найти: $S_{\Delta} = \left(\begin{matrix} \text{через} \\ \square \end{matrix} \right)$

Анализ



$S_{\Delta} = \square$

Решение

$$S_{\Delta} = \frac{x \cdot h}{2} + \frac{(c-x) \cdot h}{2} =$$

$$= \frac{\square}{2}$$

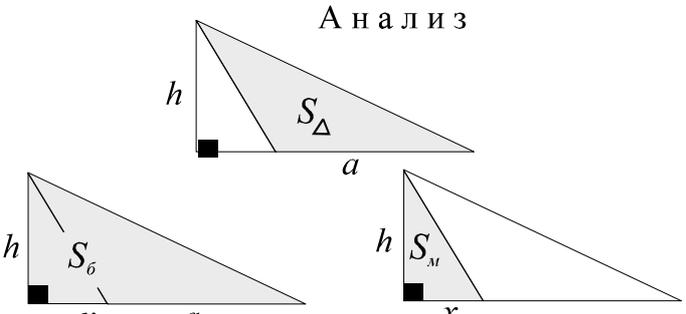
↓

$$S_{\Delta} = \frac{\square}{2}$$

ПРИМЕР

Найдите формулу площади тупоугольного треугольника, если известны одна из его меньших сторон и высота, опущенная на продолжение этой стороны

Анализ



$S_{\Delta} = S_0 \square S_m \Rightarrow S_{\Delta} = ?$

Решение

$$\left. \begin{matrix} S_0 = \frac{a+x}{2} h \\ S_m = \frac{x}{2} h \end{matrix} \right\} \ominus$$

↓

$$S_{\Delta} = \square$$

Рис. 174

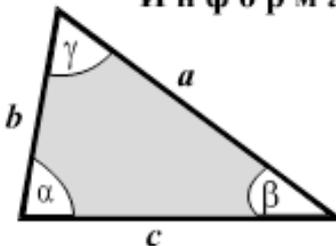
4

**НЕРАВЕНСТВО
ОСТРОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА**

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Найти соотношение между квадратами сторон остроугольного треугольника

Информация



Составить неравенство треугольника

Перевод

$$\Delta: \begin{cases} a, b, c - \text{стороны} \\ c > a, b \\ \alpha, \beta, \gamma < 90^\circ \end{cases}$$

↓

$$c^2 \square a^2 + b^2$$

Для прямоугольного треугольника:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

c – гипотенуза
a и b – катеты

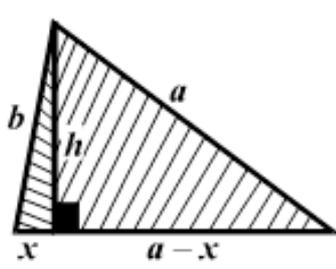
Возможно:

$$c^2 > a^2 + b^2$$

или

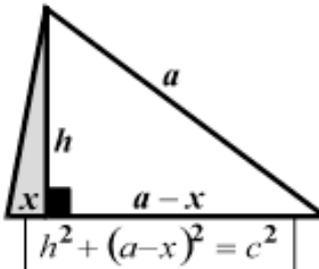
$$c^2 < a^2 + b^2$$

Анализ



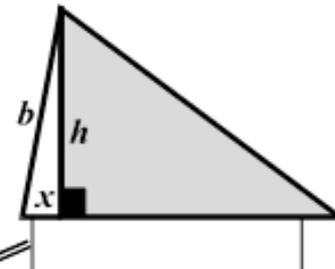
ОДЗ
 $a, b, c, x, a-x > 0$

Решение



$$h^2 + (a-x)^2 = c^2$$

$$\ominus \left\{ \begin{array}{l} h^2 + a^2 - 2ax + x^2 = c^2 \\ h^2 + x^2 = b^2 \end{array} \right.$$



$$h^2 + x^2 = b^2$$

$$\underbrace{a^2 + b^2}_{c^2} - 2ax = c^2 \quad (ax > 0)$$

$$a^2 + b^2 \square c^2$$

Рис. 175

425

5
НЕРАВЕНСТВО
ТУПОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

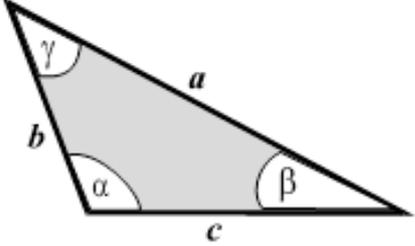
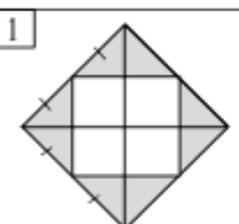
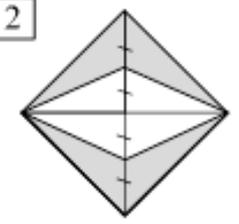
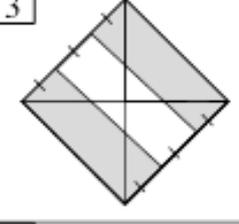
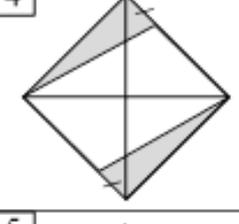
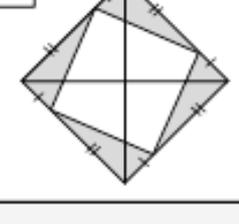
<p style="text-align: center; font-weight: bold; margin-bottom: 5px;">ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ</p> <p style="text-align: center;">Найти соотношение между квадратами сторон тупоугольного треугольника</p>	<p style="text-align: center; font-weight: bold; margin-bottom: 5px;">Информация</p> <p style="text-align: center;">Составить неравенство тупоугольного треугольника</p>
<p>$\Delta : \begin{cases} a, b, c - \text{стороны} \\ c > a, b \\ \alpha > 90^\circ \end{cases}$</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;">$c^2 \text{ ? } a^2 + b^2$</p>	<p style="text-align: center; font-weight: bold; margin-bottom: 5px;">Перевод</p>  <p style="text-align: right; margin-right: 10px;">Для прямоугольного треугольника: $c^2 = a^2 + b^2$ c – гипотенуза a и b – катеты</p>
<p style="text-align: center; font-weight: bold; margin-bottom: 5px;">Анализ</p> <p style="text-align: center;">Для прямоугольного Δ : c – гипотенуза a и b – катеты</p> <p style="text-align: center;">Для остроугольного Δ : c – наибольшая сторона</p> <p style="text-align: center;">Для тупоугольного Δ : c – наибольшая сторона</p>	<p style="text-align: center; font-weight: bold; margin-bottom: 5px;">Предположения</p> <p style="text-align: right; margin-right: 10px;">$c^2 = a^2 + b^2$ или Для любого Δ возможно: $c^2 < a^2 + b^2$ или $c^2 > a^2 + b^2$</p>
<p style="font-weight: bold; margin-bottom: 5px;">Решение</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center; gap: 10px;"> <div style="text-align: center;">$c^2 = a^2 + b^2$ (для прямоугольного Δ)</div> <div style="font-size: 3em;">}</div> <div style="text-align: center;">$c^2 < a^2 + b^2$ (для остроугольного Δ)</div> </div> <div style="margin: 0 10px; font-size: 2em;">⇒</div> <div style="text-align: center;">$c^2 > a^2 + b^2$ (для тупоугольного Δ)</div> </div>	

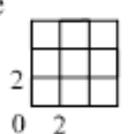
Рис. 176

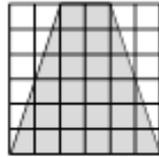
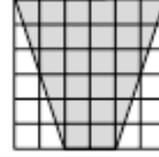
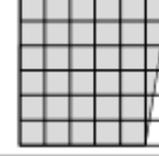
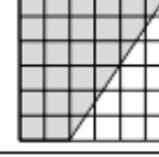
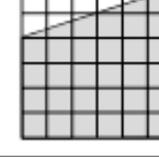
Серия 5

Определите фигуру, которую вырезали из квадрата

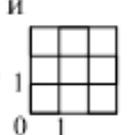
- 1 
- 2 
- 3 
- 4 
- 5 

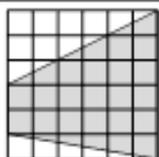
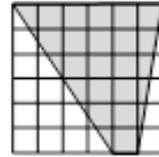
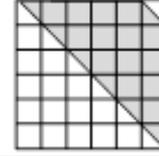
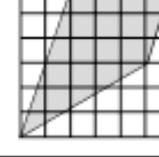
Серия 6

Вычислите площадь трапеции, если 

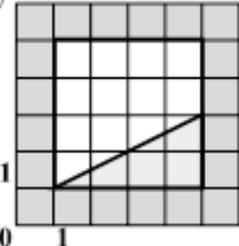
- 1 
- 2 
- 3 
- 4 
- 5 

Серия 7

Определите вид фигуры и вычислите ее площадь, если 

- 1 
- 2 
- 3 
- 4 
- 5 

ПОСМОТРИТЕ И ОПРЕДЕЛИТЕ

9 

1	площадь треугольника
2	площадь трапеции
3	какую часть от площади квадрата составляет площадь треугольника
4	как относятся площади треугольника, квадрата и трапеции
5	на сколько площадь трапеции меньше площади квадрата

Рис. 177

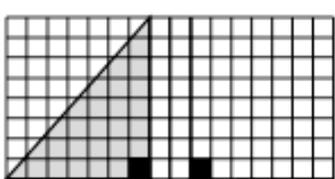
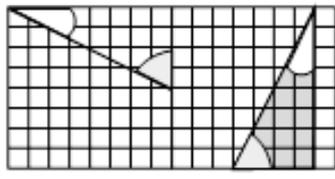
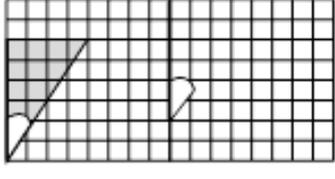
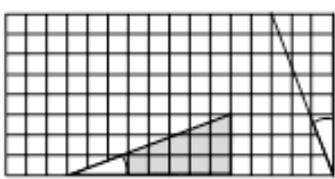
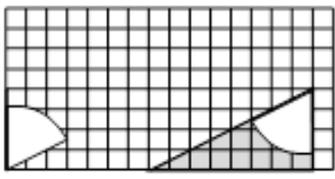
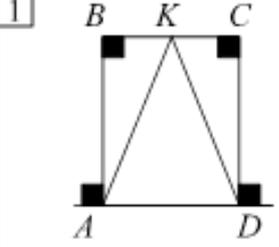
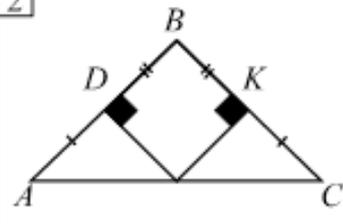
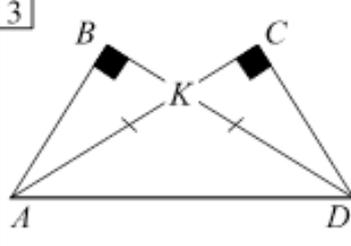
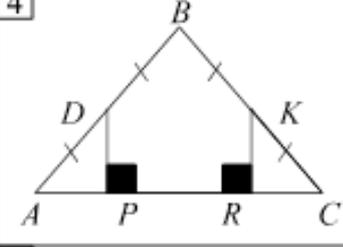
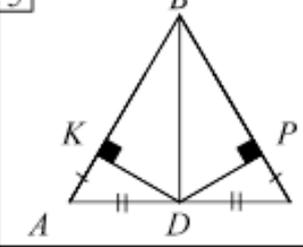
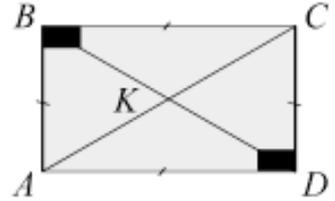
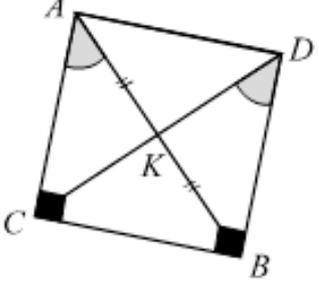
<p>Серия 1 Изобразите треугольник, равный данному</p> <p>1</p>  <p>2</p>  <p>3</p>  <p>4</p>  <p>5</p> 	<p>Серия 2 Найдите равные треугольники</p> <p>1</p>  <p>2</p>  <p>3</p>  <p>4</p>  <p>5</p> 	<p>3 ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ</p>  <p>Равными являются треугольники</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px;">А</td> <td>ACD и AKD</td> </tr> <tr> <td>Б</td> <td>ACD и ABD</td> </tr> <tr> <td>В</td> <td>AKD и CKD</td> </tr> <tr> <td>Г</td> <td>ABD и BCD</td> </tr> <tr> <td>Д</td> <td>BCD и ACD</td> </tr> </table>	А	ACD и AKD	Б	ACD и ABD	В	AKD и CKD	Г	ABD и BCD	Д	BCD и ACD
А	ACD и AKD											
Б	ACD и ABD											
В	AKD и CKD											
Г	ABD и BCD											
Д	BCD и ACD											
<p>4 Докажите, глядя на рисунок, что</p> <p>если $AM = KB$ и $\angle CAK = \angle BDK$,</p>  <p>то $\triangle CAK = \triangle BDK$</p>												

Рис. 178

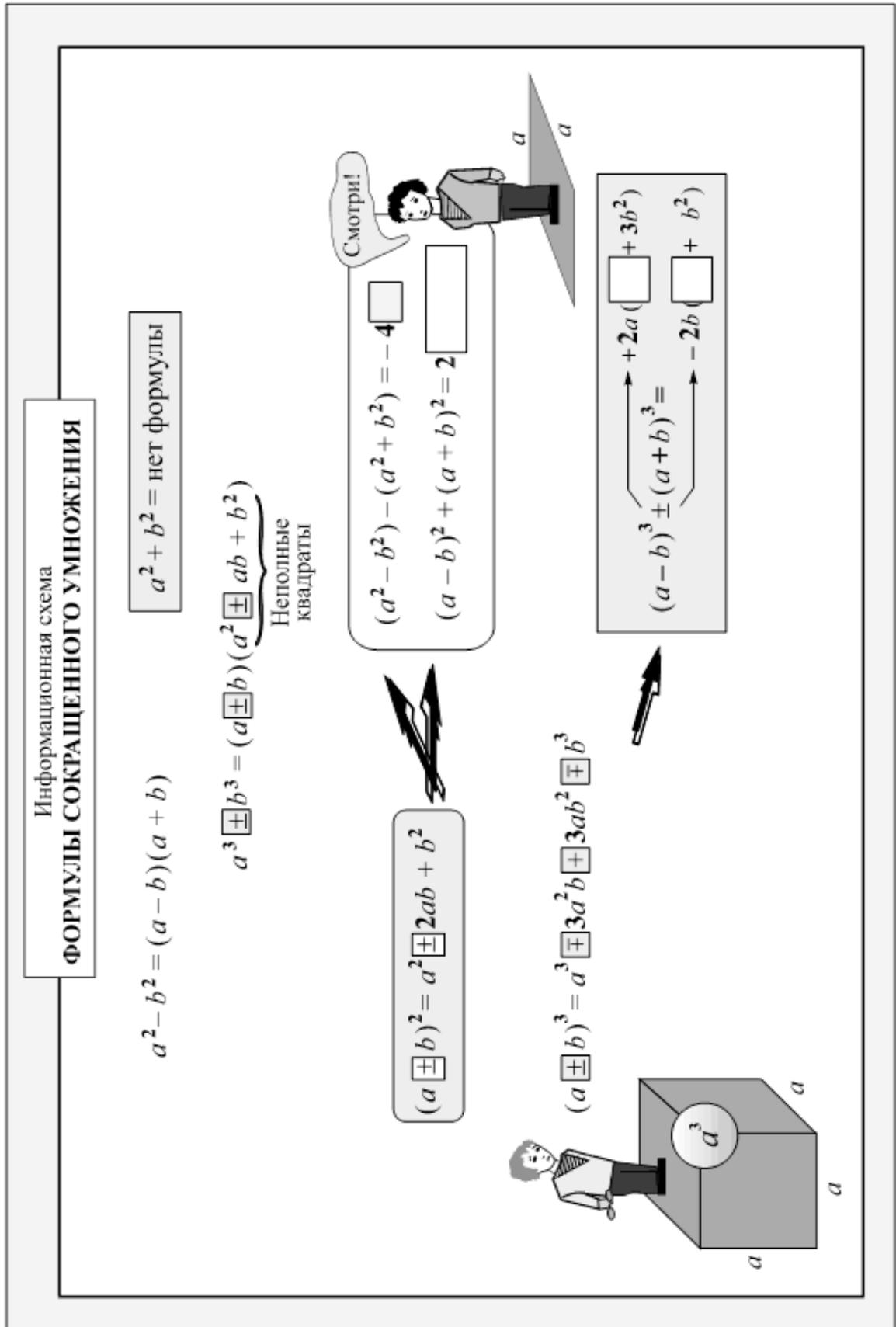


Рис. 179

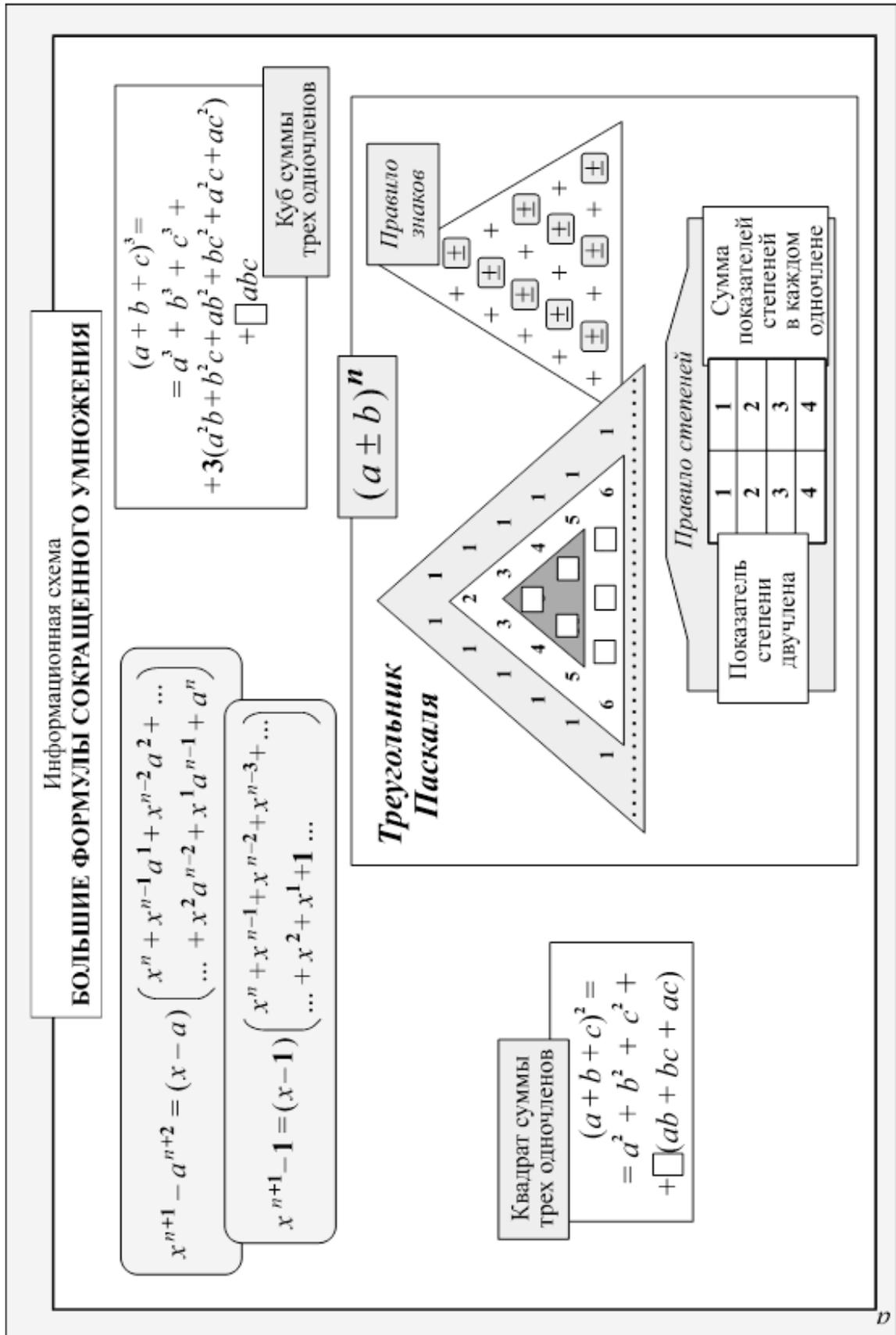


Рис. 180

2
РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ
ДВУЧЛЕНА $x^n - a^n$

$$x - a = (x - a)$$

$$x^2 - a^2 = (x - a)(x^1 + a^1)$$

$$x^3 - a^3 = (x - a)(x^{\square} + x^1 a^1 + a^{\square})$$

*Догадайтесь
и
проверьте!*

$$x^4 - a^4 = (x - a)(x^{\square} + x^2 a^1 + x^1 a^2 + a^{\square})$$

$$x^5 - a^5 = (x - a)(x^{\square} + x^{\square} a^1 + x^2 a^2 + x^1 a^{\square} + a^{\square})$$

.....

$$x^{n+1} - a^{n+1} = (x - a) \left(x^n + x^{n-1} a^{\square} + x^{n-2} a^{\square} + \dots \right)$$

$$\left(\dots + x^{\square} a^{n-2} + x^{\square} a^{n-1} + a^n \right)$$

2
ПОСМОТРИТЕ
И НАЙДИТЕ

$$x - 1 = (x - 1)$$

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + \square)$$

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^{\square} + x + \square)$$

$$x^4 - 1 = (x - 1)(x^{\square} + x^{\square} + x + \square)$$

$$x^5 - 1 = (x - 1)(x^{\square} + x^{\square} + x^{\square} + x + \square)$$

.....

$$x^n - 1 = (x - 1)(x^{\square} + x^{\square} + x^{\square} \dots + x^2 + x + 1)$$

пропущенные числа
и показатели степеней
в разложении
двучлена
 $x^n - 1$
на множители

Рис. 181

3

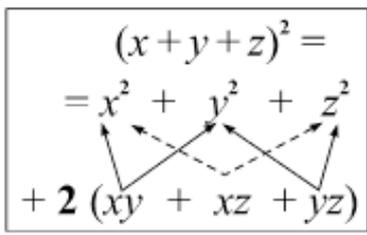
КВАДРАТЫ СУММЫ ТРЕХ ОДНОЧЛЕНОВ



Посмотрите

$$(x+y+z)^2 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2$$

$$+ 2(xy + xz + yz)$$


z
+

z

y

y

x

x

x + y + z



Проверьте

Решите задачу

1

Вычислите
(без калькулятора!)

умножением
в столбик

(987)²

используя формулу
квадрата суммы

Решите задачу

2

×

987

987

+

$$(987)^2 = (900 + 80 + 7)^2 =$$

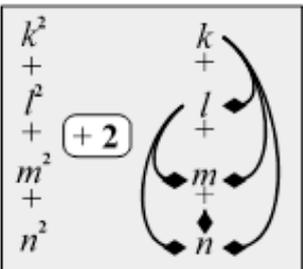
Решите задачу

3

ВЫБЕРИТЕ ОТВЕТ

Решите задачу

Формула
сокращенного умножения

$$k^2 + l^2 + m^2 + n^2 + 2(kl + lm + mn)$$


А	$(k+l+m)^2 + n^2$
Б	$k^2 + (l+m)^2 + n^2$
В	$(k+l+m+n)^2$
Г	$l^2 + (k+m+n)^2$
Д	$k^2 + (l+m+n)^2$

Рис. 182

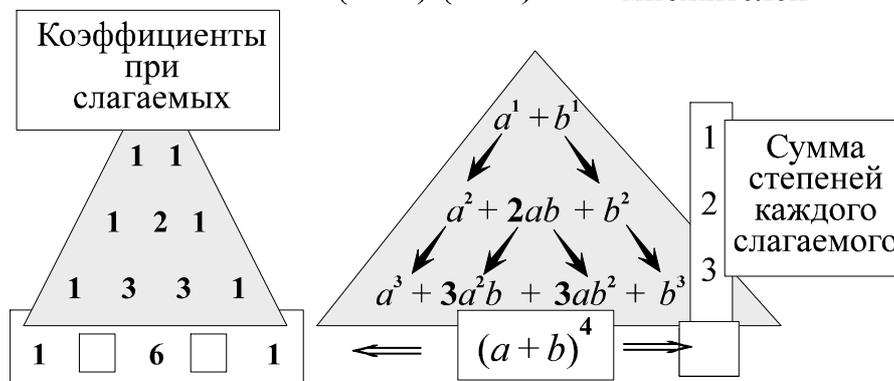
6

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Не раскрывая скобок определите, как записать выражение $(a + b)^4$ многочленом стандартного вида

Рассмотрим возможные варианты:

$$(a + b)^4 = \begin{cases} (a + b)^2(a + b)^2 \\ (a + b)^3(a + b) \end{cases} \text{ и проанализируем ряд множителей}$$



Продолжим наше исследование:

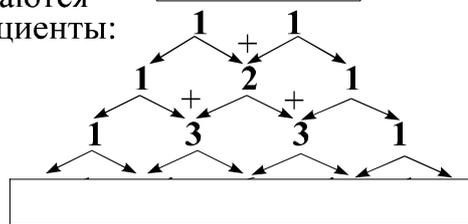
$$\begin{aligned} (a + b)^1 &= 1 \cdot a^1 + 1 \cdot b^1 \\ (a + b)^2 &= 1 \cdot a^2 + 2 \cdot a^1b^1 + 1 \cdot b^2 \\ (a + b)^3 &= 1 \cdot a^3 + 3 \cdot a^2b^1 + 3 \cdot a^1b^2 + 1 \cdot b^3 \end{aligned}$$

Смотрите!

Сумма степеней множителей слагаемых одночленов одинакова

Так получаются коэффициенты:

Смотрите!



Каков результат?

$$(a - b)^4 =$$

Рис. 183

7
ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Блез Паскаль – великий французский математик, физик и философ, сделал в математике много важных и интересных открытий

Коэффициенты двучлена $a+b$

в 1-й степени

во 2-й степени

в 3-й степени

в 4-й степени

в 5-й степени

в 6-й степени

в 7-й степени

в 8-й степени

Внимание!
Еще одна закономерность!

Сумма показателей степеней в одночлене

1
2
3
4
5
6
7
8

Треугольник Паскаля

ПРИМЕР

Выведите правило знаков в треугольнике Паскаля для степеней вида: $(a-b)^n$

А н а л и з

Найдите самостоятельно!

Р е ш е н и е

Правило знаков

Рис. 184

434

2
ПРЕДСТАВЛЕНИЕ
О МЕТОДЕ ИНТЕРВАЛОВ

Метод – способ
теоретического исследования
или
практического осуществления
чего-нибудь

$R = (x + a)(x + b) < 0$

ОДЗ: $\begin{cases} x \neq -a \\ x \neq -b \end{cases}$

$x - a$	-	+	+
$x - b$	-	-	+
R	≤ 0		

$-b < x < -a$

$a < b$

$R = (x - a)(x - b) > 0$

ОДЗ: $\begin{cases} x \neq a \\ x \neq b \end{cases}$

$x - a$	-	+	+
$x - b$	-	-	+
R	≥ 0	≥ 0	

$x < a$ или $x > b$

ПРИМЕР

Решите неравенство: $\frac{x(x-3)}{x+2} > 0$

Анализ

ОДЗ: $\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases}$

$(-2 < 0 < 3)$

Решение

$x + 2$	-	+	+	+
x	-	-	+	+
$x - 3$	-	-	-	+
R	> 0	> 0		

$-2 < x < 0$ или $x > 3$

Рис. 185

435

1 Т р е н а ж е р	Решите неравенство							
	1	$x(x-1) < 0$ <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-right: 10px;">ОДЗ: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$</div> <div style="display: flex; align-items: center;"> $\frac{x-0}{x-1}$ <table style="margin: 0 10px;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td></tr> </table> \Rightarrow <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-left: 10px;">$\square < x < \square$</div> </div> </div>	0	1	-	+	+	+
	0	1						
	-	+						
	+	+						
	2	$x(x-1) > 0$ <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-right: 10px;">ОДЗ:</div> <div style="display: flex; align-items: center;"> $\frac{x-0}{x-1}$ <table style="margin: 0 10px;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td></tr> </table> \Rightarrow <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 30px; margin-left: 10px;"></div> </div> </div>	0	1	-	+	-	+
0	1							
-	+							
-	+							
3	$(x-1)(x+1) < 0$ <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-right: 10px;">ОДЗ:</div> <div style="display: flex; align-items: center;"> $\frac{x-\square}{x-\square}$ <table style="margin: 0 10px;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td></tr> </table> \Rightarrow <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 30px; margin-left: 10px;"></div> </div> </div>	-	+	-	+			
-	+							
-	+							
4	$(x-1)(x-1) > 0$ <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-right: 10px;">ОДЗ:</div> <div style="display: flex; align-items: center;"> $\frac{x-\square}{x-\square}$ <table style="margin: 0 10px;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td></tr> </table> \Rightarrow <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 30px; margin-left: 10px;"></div> </div> </div>	-	+	-	+			
-	+							
-	+							
5	$(x+1)(x+1) < 0$ <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-right: 10px;">ОДЗ:</div> <div style="display: flex; align-items: center;"> $\frac{x-\square}{x-\square}$ <table style="margin: 0 10px;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td></tr> </table> \Rightarrow <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 30px; margin-left: 10px;"></div> </div> </div>	-	+	-	+			
-	+							
-	+							

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">Серия 2</td> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">Определите ОДЗ для неравенства</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">1</td> <td style="border: 1px solid black;">$\frac{1}{x-1} > 0$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">2</td> <td style="border: 1px solid black;">$\frac{1}{x-1/2} < 0$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">3</td> <td style="border: 1px solid black;">$\frac{1}{3-x} > 0$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">4</td> <td style="border: 1px solid black;">$\frac{1}{4x-1} < 0$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">5</td> <td style="border: 1px solid black;">$\frac{1}{5x-6} > 0$</td> </tr> </table>	Серия 2	Определите ОДЗ для неравенства	1	$\frac{1}{x-1} > 0$	2	$\frac{1}{x-1/2} < 0$	3	$\frac{1}{3-x} > 0$	4	$\frac{1}{4x-1} < 0$	5	$\frac{1}{5x-6} > 0$	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">Серия 3</td> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">Определите ОДЗ для неравенства</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">1</td> <td style="border: 1px solid black;">$\frac{1}{x+1} > 0$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">2</td> <td style="border: 1px solid black;">$\frac{x}{x+2} < 0$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">3</td> <td style="border: 1px solid black;">$\frac{x-2}{3+x} > 0$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">4</td> <td style="border: 1px solid black;">$\frac{1-x}{x+1} < 0$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;">5</td> <td style="border: 1px solid black;">$\frac{2x-1}{2+x} > 0$</td> </tr> </table>	Серия 3	Определите ОДЗ для неравенства	1	$\frac{1}{x+1} > 0$	2	$\frac{x}{x+2} < 0$	3	$\frac{x-2}{3+x} > 0$	4	$\frac{1-x}{x+1} < 0$	5	$\frac{2x-1}{2+x} > 0$
Серия 2	Определите ОДЗ для неравенства																								
1	$\frac{1}{x-1} > 0$																								
2	$\frac{1}{x-1/2} < 0$																								
3	$\frac{1}{3-x} > 0$																								
4	$\frac{1}{4x-1} < 0$																								
5	$\frac{1}{5x-6} > 0$																								
Серия 3	Определите ОДЗ для неравенства																								
1	$\frac{1}{x+1} > 0$																								
2	$\frac{x}{x+2} < 0$																								
3	$\frac{x-2}{3+x} > 0$																								
4	$\frac{1-x}{x+1} < 0$																								
5	$\frac{2x-1}{2+x} > 0$																								

Рис. 186

3
ПРОСТРЕЙШИЕ
СТРОГИЕ НЕРАВЕНСТВА

Строгий – не допускающий никаких отклонений от нормы, совершенно точный

Строго меньше – только меньше

$R = x - a < 0$

$x < a$

Выражение	Знак	Знак
$x - a$	-	+
R	< 0	

Строго больше – только больше

$R = x - a > 0$

$a < x$

Выражение	Знак	Знак
$x - a$	-	+
R	> 0	

ОДЗ: $x \neq a$

ПРИМЕР

Решите неравенство: $R = \frac{4}{x+2} > 0$

Анализ

$R = \frac{4}{x+2} > 0$

$R = x + 2 > 0$

ОДЗ: $x \neq -2$

Решение

$R = x + 2 > 0$

$-2 < x$

$x > -2$

Выражение	Знак	Знак
$x - a$	-	+
R	> 0	

Рис. 187

5
ОБОБЩЕНИЕ
МЕТОДА ИНТЕРВАЛОВ

$a < b < c$

ОДЗ: $x \neq a$

$$R = \frac{(x-c)^{2n}(x+b)^{2k}}{(x-a)^{2p+1}} \geq 0$$

Обобщить –
сделав вывод,
выразить
основные результаты
в общем положении,
придать общее значение
чему-нибудь

	a	b	c	
$(x-a)^{2p+1}$	$(-)^{2p+1}$	$+$	$+$	$+$
$(x-b)^{2k}$	$(-)^{2k}$	$(-)^{2k}$	$+$	$+$
$(x-c)^{2n}$	$(-)^{2n}$	$(-)^{2n}$	$(-)^{2n}$	$+$
R	< 0	> 0	> 0	> 0

$R < 0$
 \Leftrightarrow
 $x > a$
 \Leftrightarrow
 $R \neq 0$
 \Leftrightarrow
 $x \neq a$

$R \geq 0$
 \Leftrightarrow
 $x > a$
 \Leftrightarrow
 $R = 0$
 \Leftrightarrow
 $x = b$

$R = 0$
 \Leftrightarrow
 $x = c$

Знак R зависит от **нечетных** «степеней минуса»

ПРИМЕР

Решите неравенство: $\frac{(x+1)^3(x-1)^2}{x^4(x+2)} \geq 0$

Анализ

ОДЗ: $\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 0 \end{cases}$

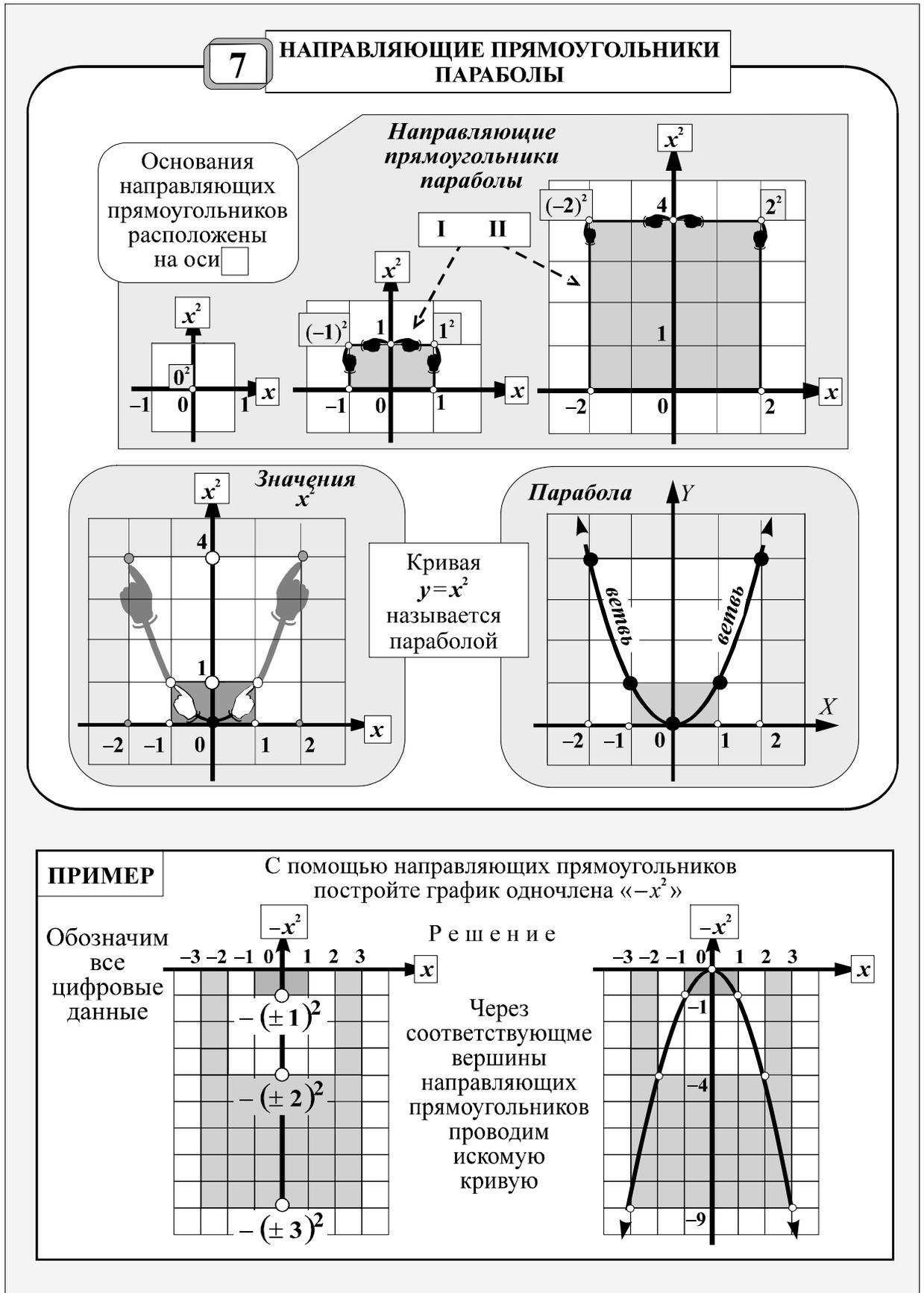
Решение

	-2	-1	0	1	
$x+2$	$-$	$+$	$+$	$+$	$+$
$(x+1)^3$	$(-)^3$	$(-)^3$	$+$	$+$	$+$
x^4	$(-)^4$	$(-)^4$	$(-)^4$	$+$	$+$
$(x-1)^2$	$(-)^2$	$(-)^2$	$(-)^2$	$(-)^2$	$+$
R	< 0	> 0	< 0	< 0	> 0

$x < \square \leq x < \square < x \leq \square \leq x$

$x < -2$ или \square или $0 < x < +\infty$

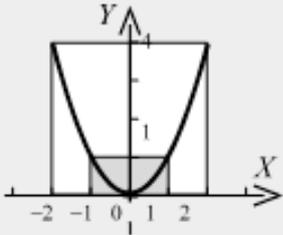
Рис. 188



4 **ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС ПАРАБОЛЫ
ВДОЛЬ ОСИ АБСЦИСС**

Постановка задачи

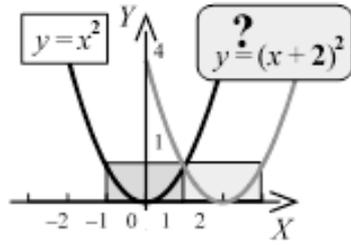
По графику $y=x^2$



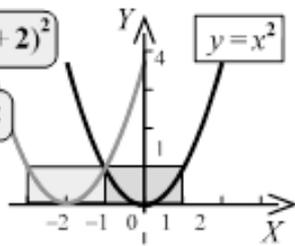
построить график $y=(x+2)^2$

Гипотеза:
сдвиг вправо?

x	-2	-1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4
$x+2$	0	1	2	3	4
$(x+2)^2$	0	1	4	9	16



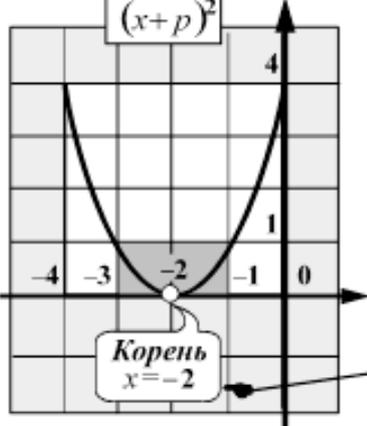
Результат:
сдвиг влево!



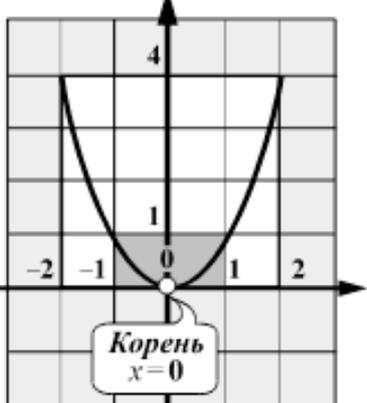
ПРИМЕР Выведите общий принцип построения графика полного квадрата

Решение

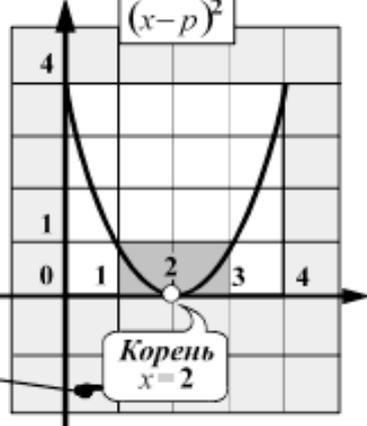
Продолжим исследование – проанализируем перемещение параболы вместе с направляющими прямоугольниками в зависимости от изменения переменной x :



Корень $x=-2$



Корень $x=0$



Корень $x=2$

$p > 0$

$(x+p)^2$

$(x-p)^2$

Рис. 190

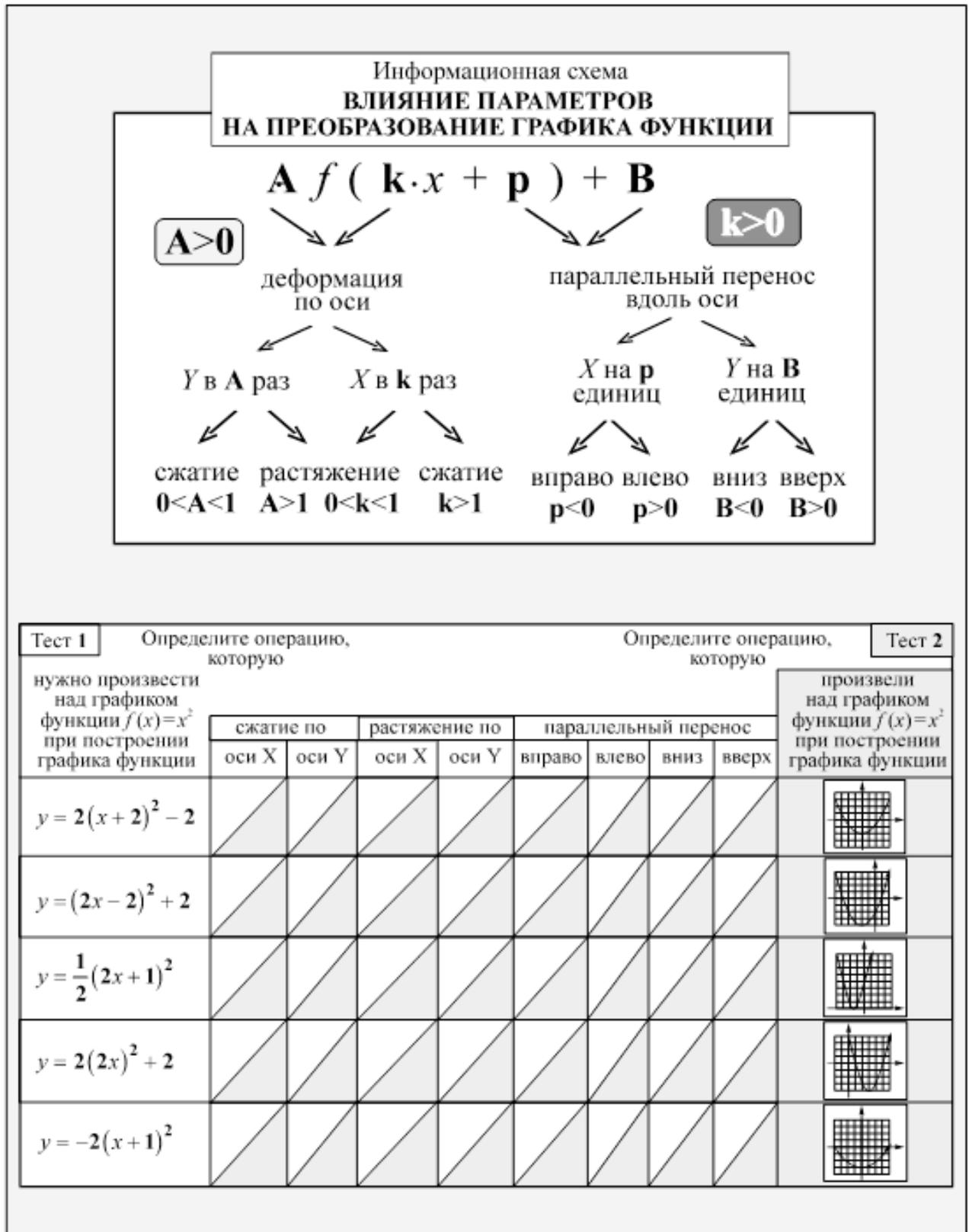
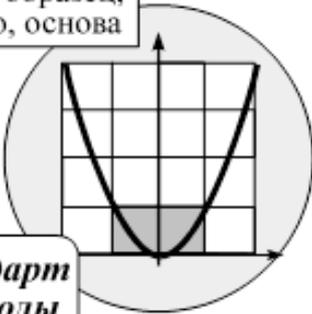


Рис. 191

6
АЛГОРИТМ
ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПЕРЕНОСОВ ПАРАБОЛЫ

Стандарт –
англ. *standard*.
норма, образец,
мерило, основа



**Стандарт
параболы**

$p > 0$
 $k > 0$

$$(x \pm p)^2 \pm k$$

↓
параллельный перенос

↓
вдоль
оси X

–p
+p

влево вправо

↓
вдоль
оси Y

–k
+k

вниз вверх

Алгоритм –
последовательность операций,
применяемых
по строго определенным правилам,
приводящая к решению поставленной задачи

ПРИМЕР

Постройте график функции $y = x^2 - 4x + 3$

А н а л и з

$$y = x^2 - 4x + 3 =$$

$$= (x^2 - 4x + 4) - 1 =$$

$$= (x^2 - 2)^2 - 1$$

Выделим
полный квадрат

Представим
в стандартном виде

по оси X
вправо

по оси Y
вниз

Параллельный
перенос

Р е ш е н и е

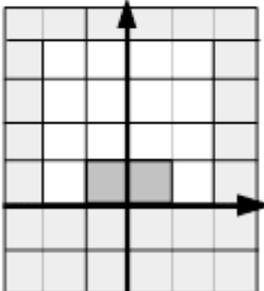
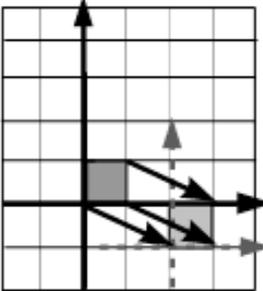
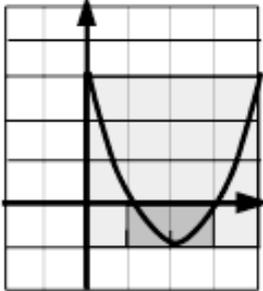




Рис. 192

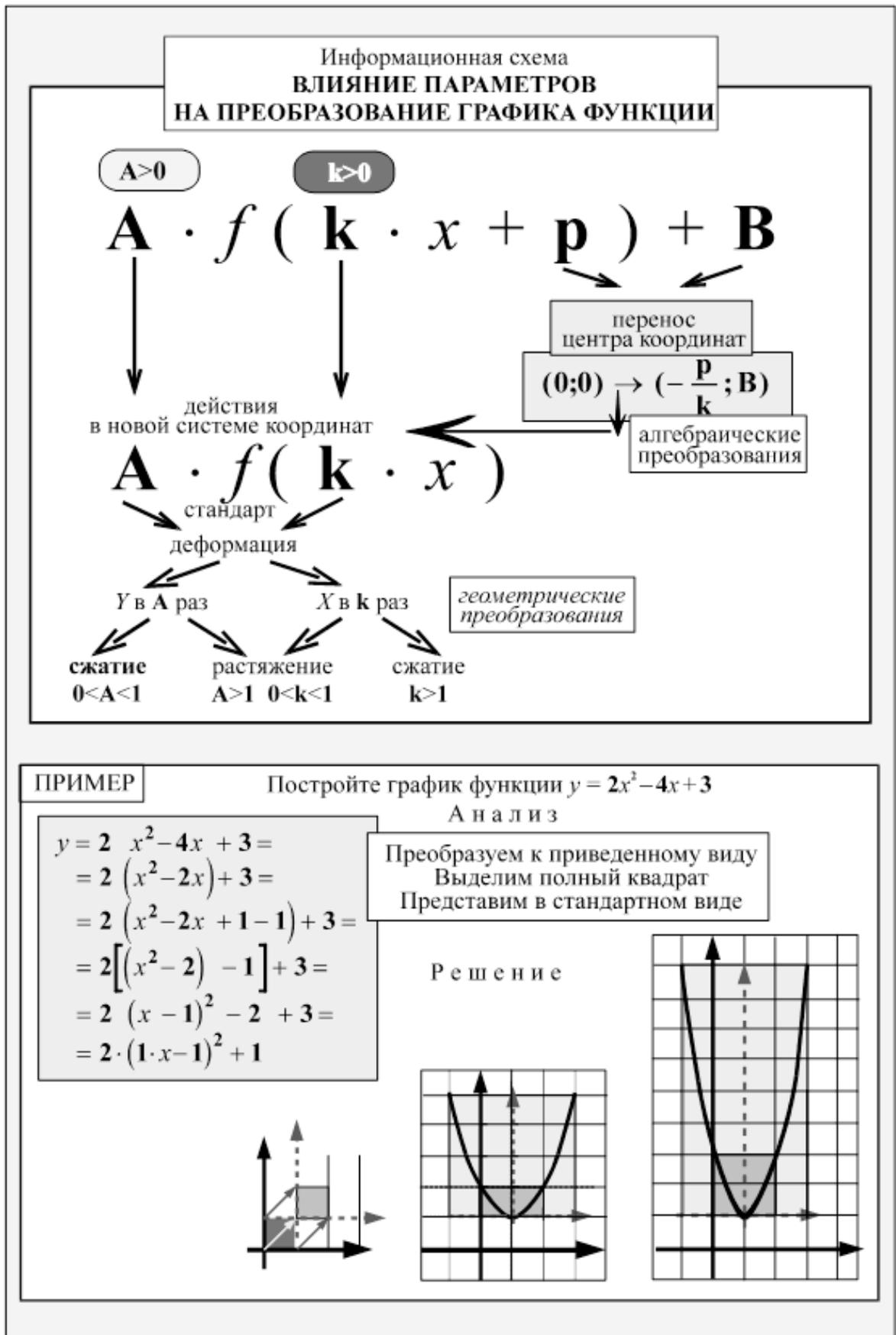


Рис. 193

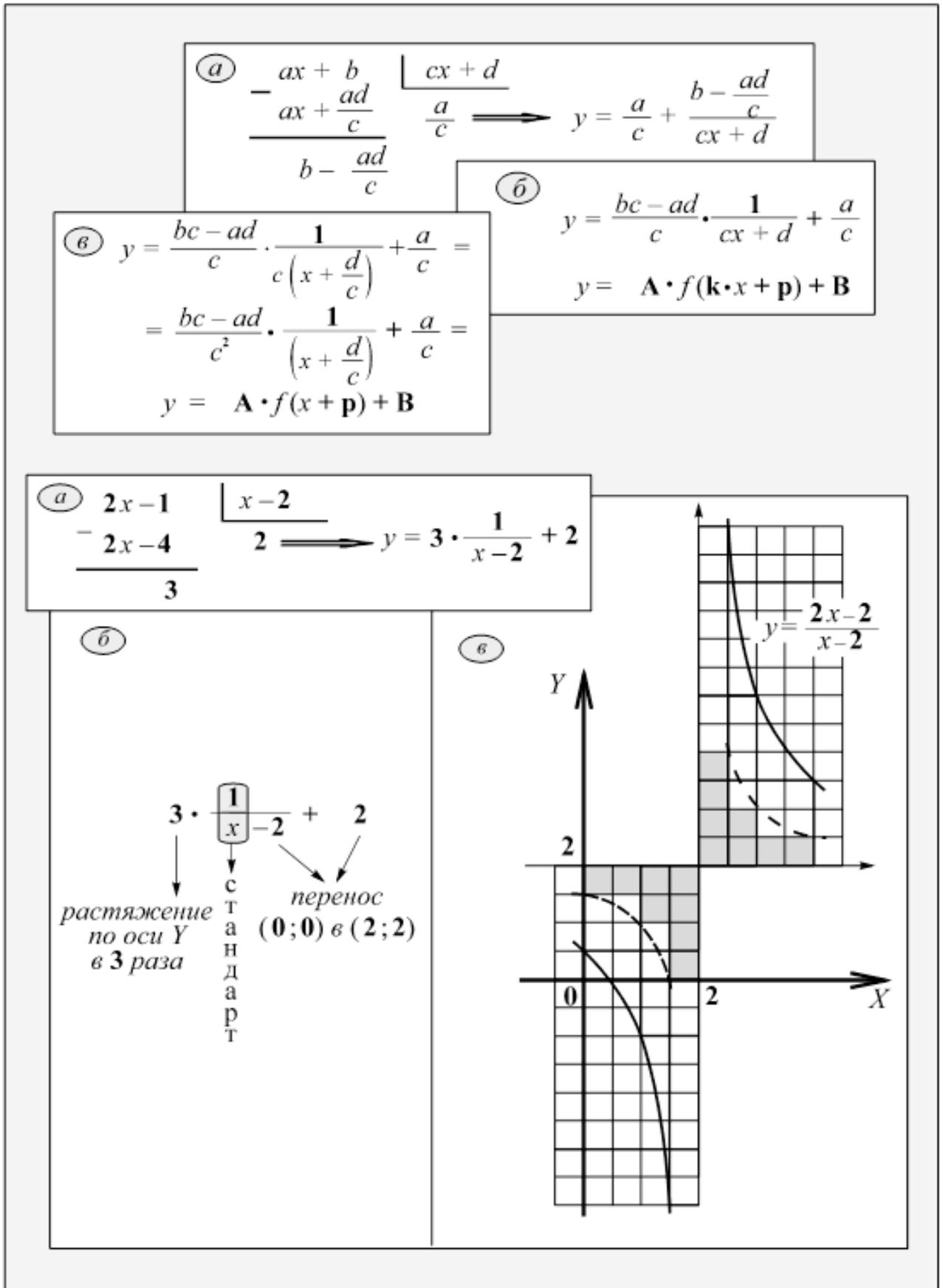


Рис. 194

<p style="text-align: center;">Так как</p> $(x^n)' = n \cdot x^{n-1} \quad \left \quad \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,$ <p style="text-align: center;">TO</p> $(x^{-n})' = -n \cdot x^{-n-1} \quad \left \quad \int x^{-n} dx = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C$ <p style="text-align: center;">↓ ↓</p> $\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}} \quad \left \quad \int \frac{1}{x^n} dx = \frac{x^{-n+1}}{-n+1} + C$	<p style="text-align: center;">Найдите производную функции</p> <p>$y = \sqrt{x}$</p> <p>$y = \sqrt[3]{x}$</p> <p>$y = \sqrt[4]{x}$</p> <p>$y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$</p> <p>$y = \frac{1}{\sqrt[6]{x}}$</p>
<p style="text-align: center;">Так как</p> $(x^n)' = n \cdot x^{n-1} \quad \left \quad \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,$ <p style="text-align: center;">TO</p> $\left(\frac{n}{x^k}\right)' = \frac{n}{k} \cdot \frac{\sqrt[k]{x^n}}{x} \quad \left \quad \int x^{\frac{n}{k}} dx = \frac{x^{\frac{n}{k}+1}}{\frac{n}{k}+1} + C$ <p style="text-align: center;">↓ ↓</p> $\left(\sqrt[k]{x^n}\right)' = \frac{n}{k} \cdot \frac{\sqrt[k]{x^n}}{x} \quad \left \quad \int \sqrt[k]{x^n} dx = \frac{k}{n+k} x^{\frac{k}{k}\sqrt[k]{x^n}} + C$	<p>$y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$</p> <p>$y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$</p> <p>$y = \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$</p> <p>$y = x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x^3}}$</p> <p>$y = \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$</p>
<p style="text-align: center;">Так как</p> $\left(\sqrt[k]{x^n}\right)' = \frac{n}{k} \cdot \frac{\sqrt[k]{x^n}}{x} \quad \left \quad \int \sqrt[k]{x^n} dx = \frac{k}{n+k} x^{\frac{k}{k}\sqrt[k]{x^n}} + C$ <p style="text-align: center;">TO</p> $\left(\sqrt[k]{x}\right)' = \frac{1}{k} \cdot \frac{\sqrt[k]{x}}{x} \quad \left \quad \int \sqrt[k]{x} dx = \frac{k}{1+k} x^{\frac{k}{k}\sqrt[k]{x}} + C$	<p style="text-align: center;">Найдите первообразную функции</p> <p>$y = \frac{1}{\sqrt{x}}$</p> <p>$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$</p> <p>$y = \frac{1}{\sqrt[4]{x}}$</p> <p>$y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$</p> <p>$y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^5}}$</p>

Рис. 195

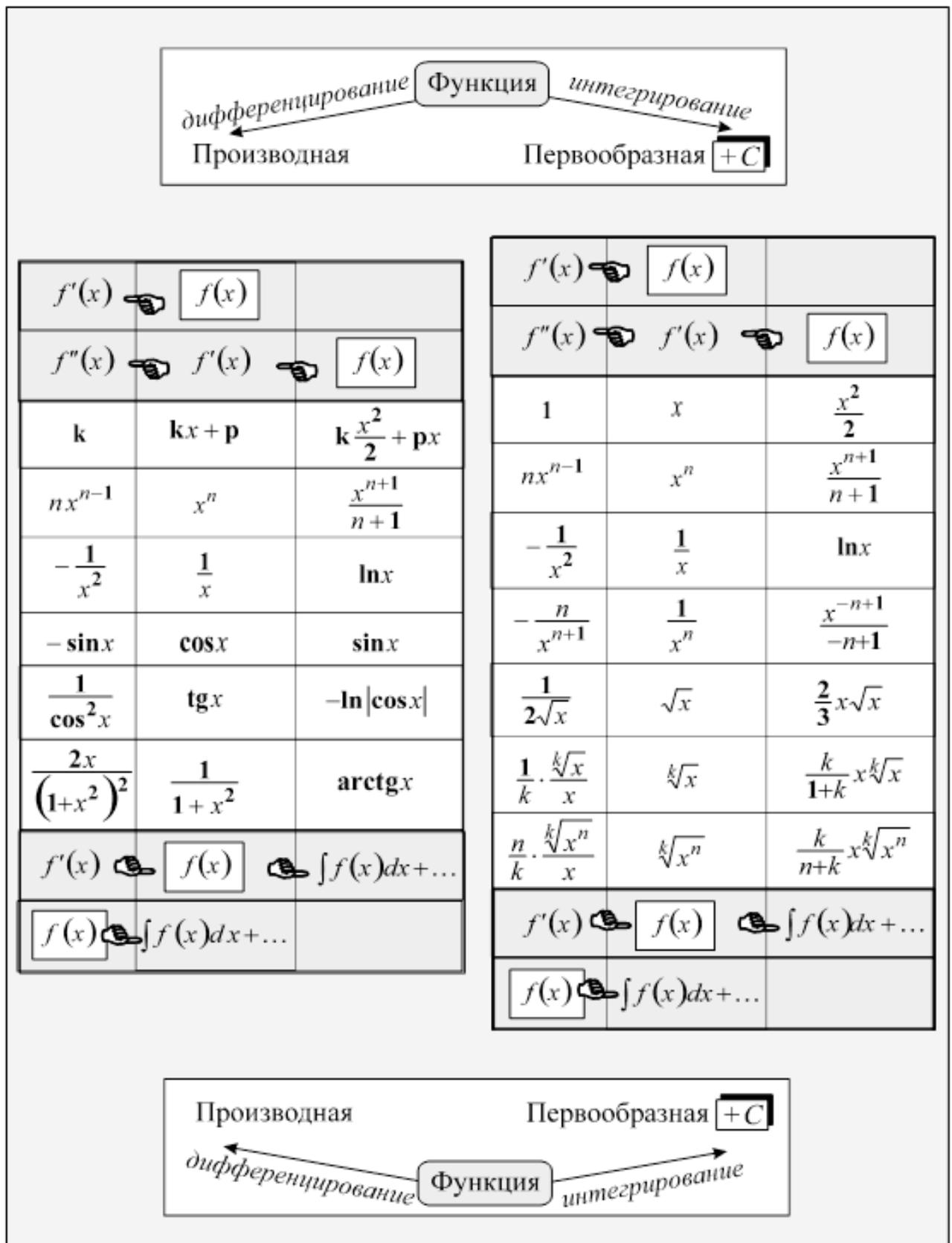


Рис. 196

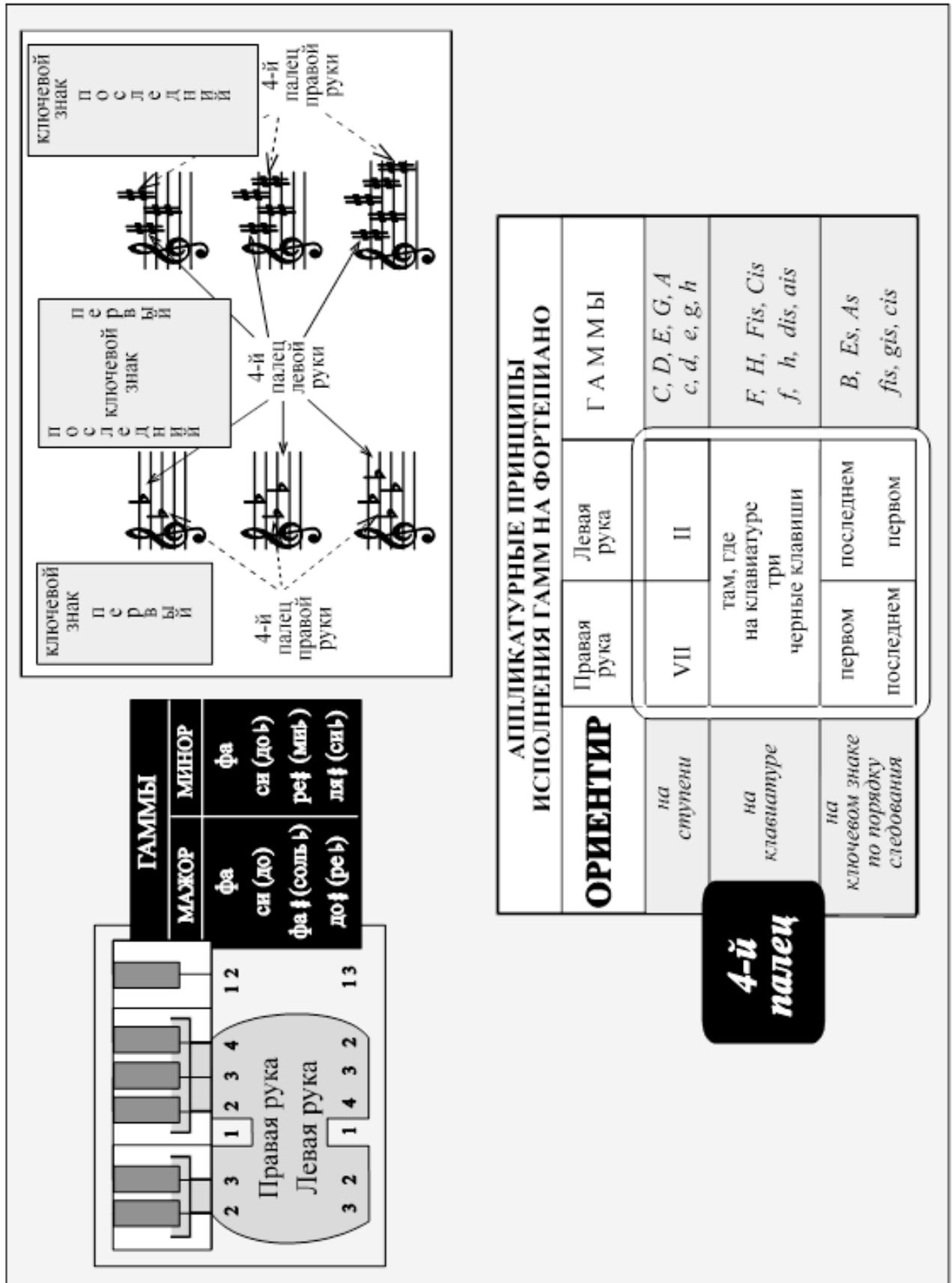


Рис. 197

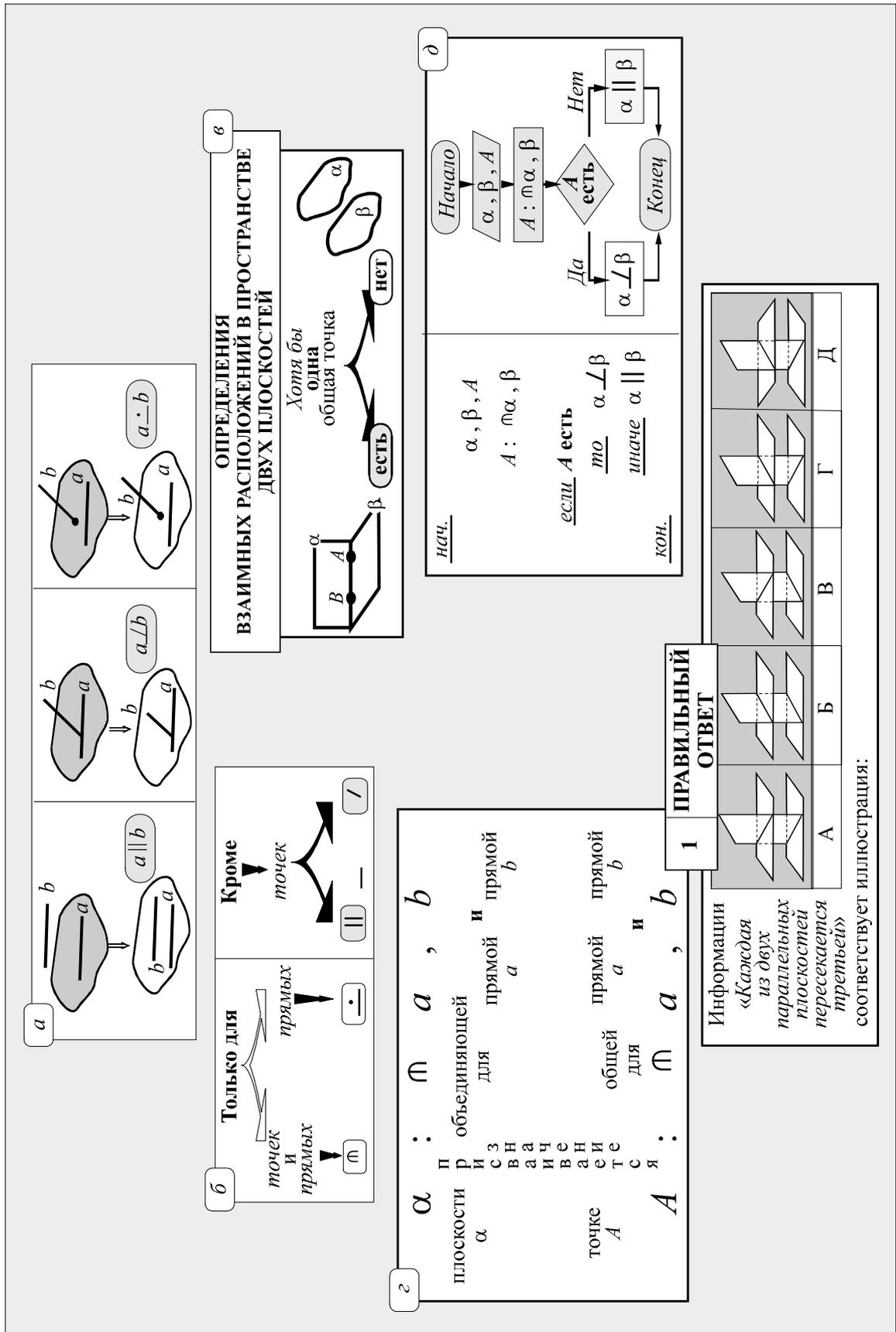


Рис. 198